

Equilibrio nei Fluidi

La Pressione

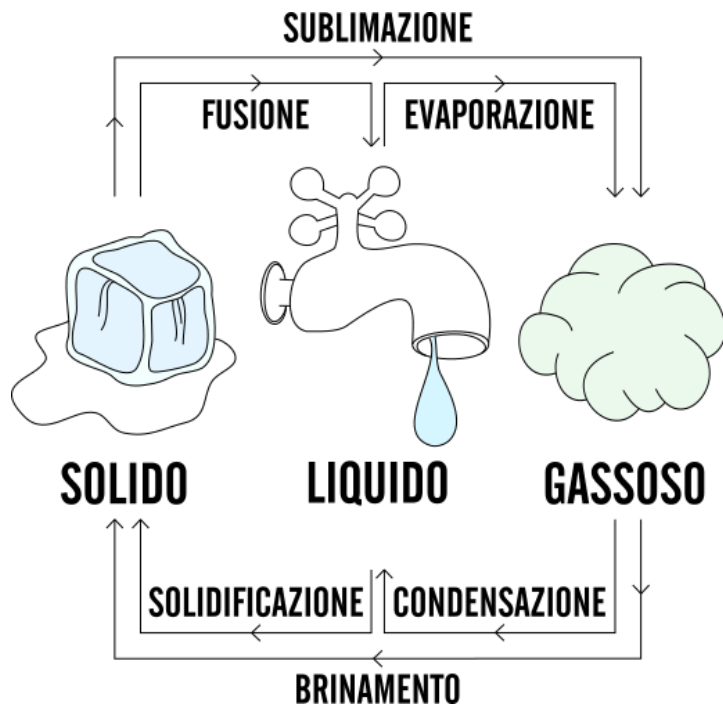
Equilibrio nei Fluidi: *La Pressione*

- Stati di Aggregazione
- Pressione
- Principio di Pascal
- Legge di Stevino
- Applicazioni
- Spinta di Archimede
- Pressione Atmosferica

Stati di Aggregazione

La materia si trova essenzialmente in 3 stati di aggregazione:

- Condensati** {
 - ❑ **Solido**: Forma e Volume proprio
 - ❑ **Liquido**: Forma del recipiente e Volume proprio
- Fluidi** {
 - ❑ **Gassoso o Aeriforme**: Forma e Volume del recipiente



Nell'ambito dei fluidi i liquidi sono considerati **INCOMPRESSIBILI** (o poco comprimibili) mentre i gas sono **COMPRESSIBILI**.

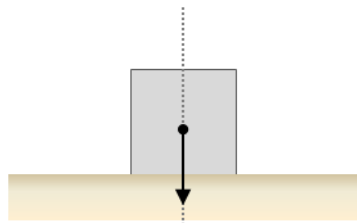
Al variare di temperatura e pressione la materia può transitare da uno stato di aggregazione ad un altro, effettuando un **PASSAGGIO DI STATO**.

La Pressione

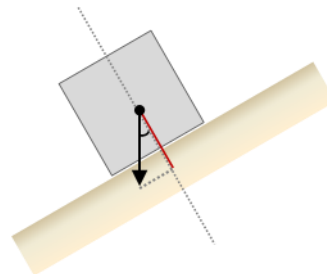
Data una forza F esercitata su una superficie S , si definisce **PRESSIONE** il rapporto fra il modulo della componente ortogonale alla superficie della forza e l'area della superficie su cui la forza agisce:

$$p = \frac{F_{\perp}}{S}$$

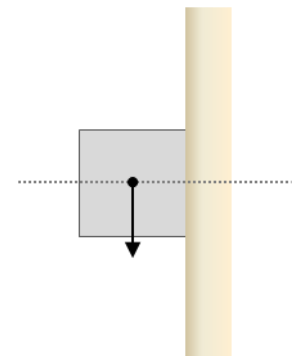
Nel S.I. l'unità di misura della pressione è il Pascal: $Pa = N/m^2$



$$F_{\perp} = m \cdot g$$



$$F_{\perp} < m \cdot g$$



$$F_{\perp} = 0$$

La Pressione

- La pressione è una grandezza scalare;
- Fissata la forza, pressione e superficie sono **INVERSAMENTE PROPORZIONALI**. Quindi più è piccola la superficie più è grande la pressione

Questo è il motivo per cui, ad esempio, i chiodi sono fatti a punta! Così, a parità di forza, entrano più facilmente nel muro.



Ed è anche il motivo per cui gli elefanti hanno le zampe larghe, così distribuiscono il loro grande peso su una superficie più ampia... diminuendo la pressione sul terreno!

La Pressione

ESEMPIO: Tacco a spillo o scarpa da ginnastica???

Consideriamo una signorina di massa $m = 57\text{kg}$ e vediamo cosa cambia se indossa scarpe da ginnastica o tacchi a spillo:



Area di appoggio scarpa con tacco a spillo

$$S_1 = 45 \text{ cm}^2 = 0.0045 \text{ m}^2 \quad p_1 = \frac{F_p}{2 \cdot S_1} = \frac{m \cdot g}{2 \cdot S_1} = \frac{57 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{2 \cdot 0,0045 \text{ m}^2} = 62130 \text{ Pa}$$

Area di appoggio scarpa da ginnastica

$$S_2 = 230 \text{ cm}^2 = 0.0230 \text{ m}^2 \quad p_2 = \frac{F_p}{2 \cdot S_2} = \frac{m \cdot g}{2 \cdot S_2} = \frac{57 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{2 \cdot 0,0230 \text{ m}^2} = 12156 \text{ Pa}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{62130 \text{ Pa}}{12156 \text{ Pa}} = 5.1 \quad \Rightarrow \quad p_1 \approx 5 p_2$$

Quindi la pressione esercitata con le scarpe a spillo è circa 5 volte quella esercitata con le scarpe da ginnastica! Per questo su un terreno cedevole le scarpe con i tacchi a spillo non sono adatti... si affonda!

La Pressione nei Fluidi

I fluidi esercitano una forza su ogni punto delle superfici con cui sono a contatto. Tale **forza è perpendicolare alla superficie** e ha un verso che va dal fluido verso la superficie: possiamo perciò concludere che i fluidi esercitano una **pressione** sulle superfici con le quali sono a contatto.

Per capire quali sono le caratteristiche della pressione esercitata da un fluido, pensiamo per prima cosa al dentifricio contenuto in un tubetto.

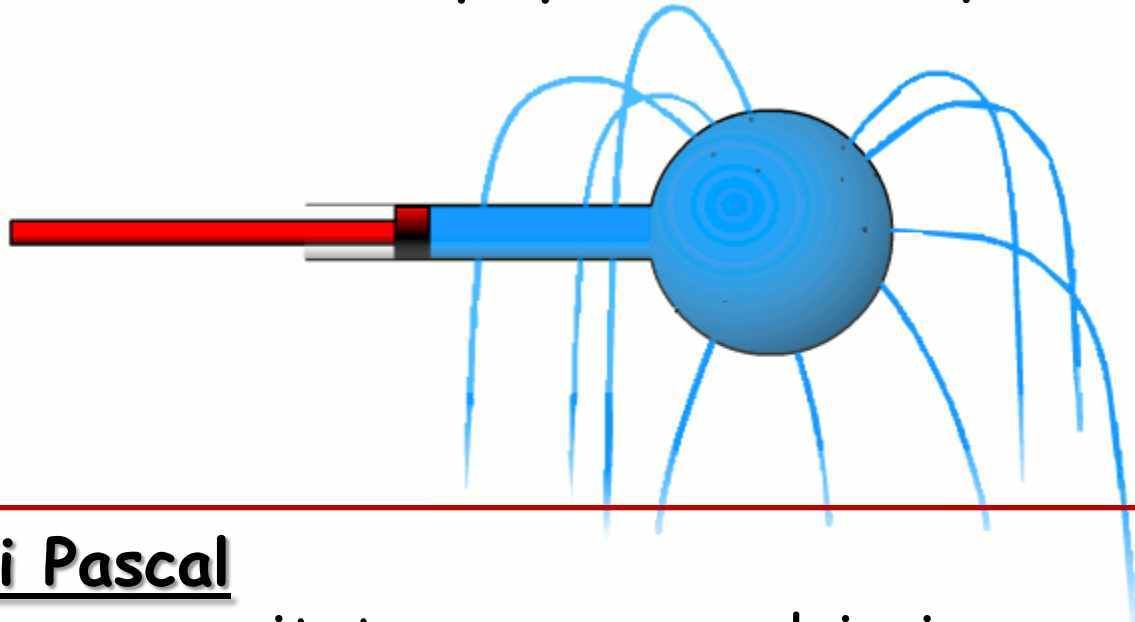
È facile rendersi conto che, per far uscire il dentifricio, possiamo applicare una pressione con la nostra mano in un punto qualunque del tubetto. **La pressione che esercitiamo in tale punto si propaga infatti inalterata fino all'apertura del tubetto.**

I fluidi obbediscono infatti a un principio importante che va sotto il nome di **principio di Pascal** ...



Il Principio di Pascal

Se applichiamo una forza di intensità F ad un pistone che comprime il liquido contenuto in un recipiente di forma sferica, vedremo che quest'ultimo zampillerà dai fori con **getti di lunghezza pressappoco uguale e direzione iniziale perpendicolare a quella della parete sferica**.



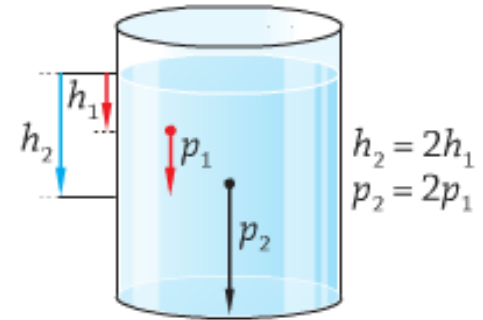
Principio di Pascal

La pressione esercitata su una qualsiasi superficie di un liquido incompressibile si trasmette inalterata a ogni altra superficie a contatto con il liquido e in tutte le direzioni.

La Legge di Stevino

La **Pressione Idrostatica** è la pressione esercitata da un liquido in equilibrio.

Si osserva sperimentalmente che la **pressione è direttamente proporzionale alla profondità** (misurata rispetto alla superficie libera del fluido).



Vediamo come formalizzare la legge che descrive la pressione idrostatica. La forza esercitata dal liquido sul fondo è pari al suo peso e quindi la pressione è data da:

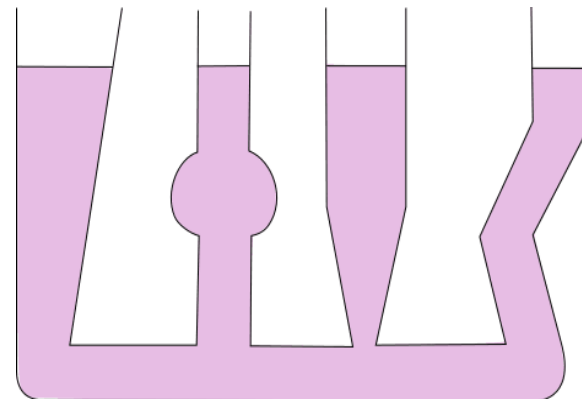
$$\begin{cases} F_p = m \cdot g \\ m = d \cdot V \\ P_s = d \cdot g \end{cases} \Rightarrow F_p = m \cdot g = d \cdot V \cdot g = d \cdot S \cdot h \cdot g \Rightarrow p = \frac{F_p}{S} = \frac{d \cdot S \cdot h \cdot g}{S} = d \cdot h \cdot g$$

LEGGE DI STEVINO

$$P_{\text{idrostatica}} = P_{id} = d \cdot g \cdot h = p_s \cdot h$$

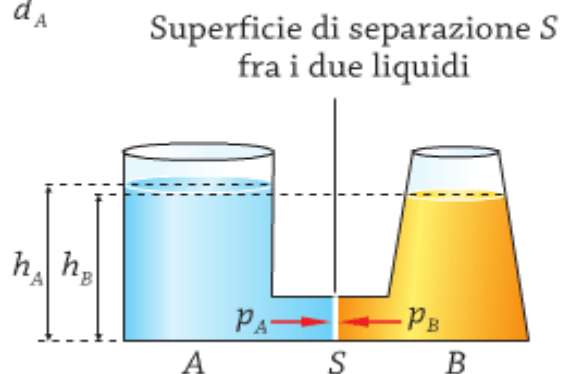
I Vasi Comunicanti

Il principio dei vasi comunicanti deriva dalla legge di Stevino e attesta che un liquido contenuto in due o più contenitori comunicanti tra loro raggiunge lo stesso livello, dando vita ad un'unica superficie equipotenziale.



Nel caso in cui nei vasi siano presenti due liquidi con densità diverse e non miscibili in base a tale principio i liquidi si attesteranno su altezze diverse, correlate alla relative densità:

$$\frac{h_A}{h_B} = \frac{d_B}{d_A}$$



$$\begin{cases} p_A = p_{S_A} \cdot h_A \\ p_B = p_{S_B} \cdot h_B \\ p_A = p_B \end{cases} \Rightarrow p_{S_A} \cdot h_A = p_{S_B} \cdot h_B$$

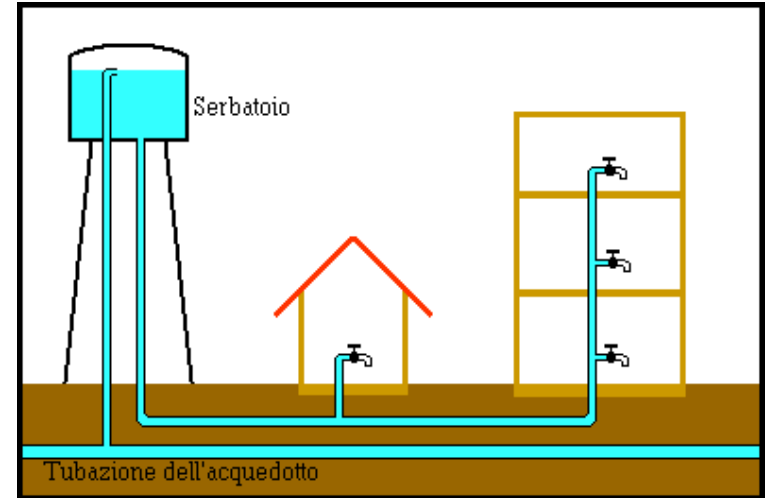
$$\frac{p_{S_A}}{p_{S_B}} = \frac{h_B}{h_A} \Rightarrow \frac{d_{S_A}}{d_{S_B}} = \frac{h_B}{h_A}$$

Applicazioni

Impianti Idrici e Pozzi Artesiani

Impianti Idrici

È possibile condurre l'acqua potabile negli edifici perché il serbatoio generale dell'acqua nelle città e nei paesi è situato in posizione elevata e collegato, mediante i tubi della rete di distribuzione, con tutti i punti di utilizzo.



Pozzi Artesiani

Nel caso di falde racchiuse tra strati superiori e inferiori impermeabili a forma di conca, la falda acquifera artesianiana si trova imprigionata ed è in pressione e non a pelo libero. Scavando un pozzo nell'area di maggiore avvallamento, l'acqua zampilla in superficie.

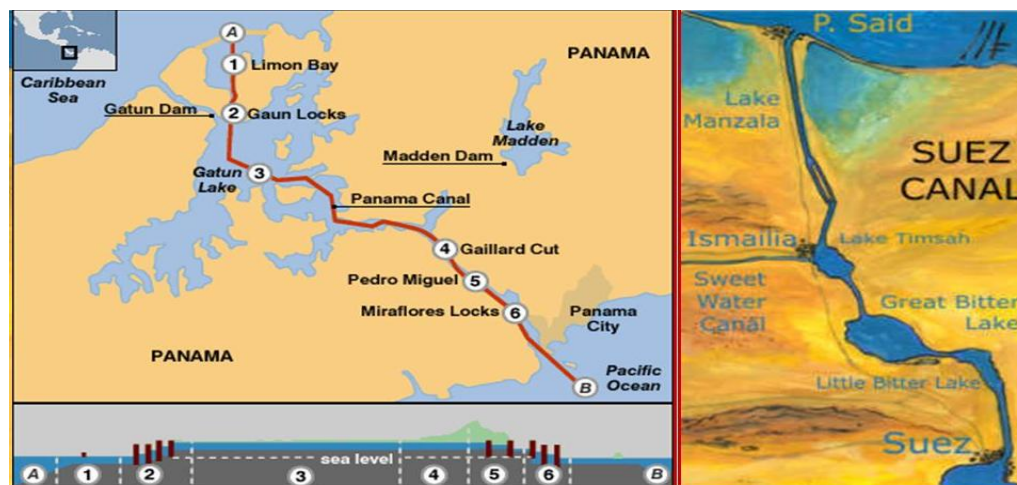


Applicazioni

L'acqua dei mari e degli oceani della Terra è allo stesso livello (tranne piccole differenze).

Costruendo canali artificiali come il Canale di Suez o il Canale di Corinto, l'acqua riempie il canale portandosi allo stesso livello dei mari messi in comunicazione, consentendo alle imbarcazioni di navigare da una estremità all'altra del canale.

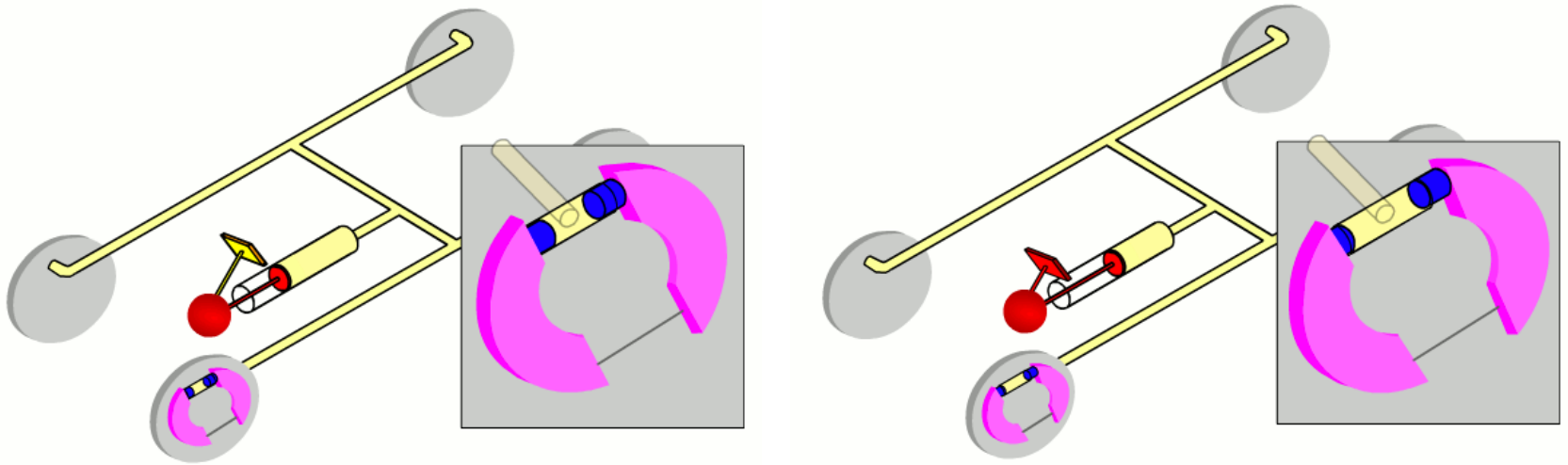
Spesso tuttavia (ad esempio quando si è in presenza di forti dislivelli del terreno) si rende necessaria la costruzione di chiuse, che a loro volta funzionano in base al principio dei vasi comunicanti, come per il Canale di Panama.



Applicazioni

Il freno idraulico

Il freno idraulico è una tipologia di freno in cui è utilizzato un fluido adatto, tipicamente contenente glicole etilenico, che trasferisce la pressione da un'unità di controllo, che è azionata dal conduttore del veicolo ed è in genere un pedale, al meccanismo frenante.

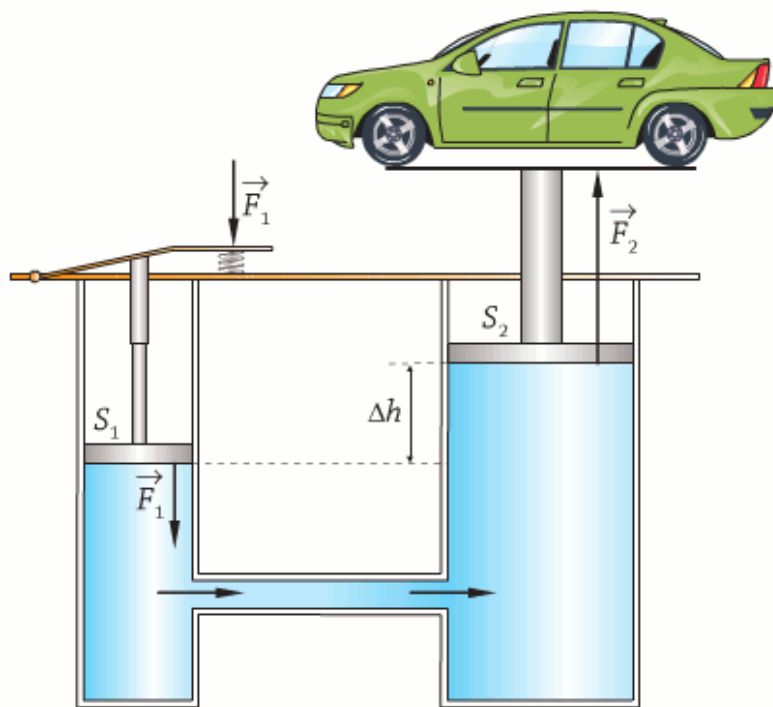


Applicazioni

Il torchio idraulico

Il torchio idraulico è costituito da due cilindri contenenti un liquido (solitamente un olio) collegati da un tubo.

Funziona in base al teorema di Pascal in quanto la pressione esercitata su uno dei due pistoni si trasmette interamente in tutto il liquido e quindi anche all'altro pistone.



$$p_1 = p_2$$



$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$



$$G = \frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}$$

La Spinta di Archimede

Εύρηκα! (Ho trovato)

Si narra che Gerone, tiranno di Siracusa, consegnò un lingotto d'oro purissimo ad un orefice, perché gli fabbricasse una corona.

A lavoro finito la corona fu pesata e il peso corrispondeva a quello dell'oro.

Ciononostante Gerone sospettava che l'orefice avesse tenuto per sé parte dell'oro, sostituendolo con un metallo meno prezioso, per conservare il peso, ma non sapeva come fare per dimostrarlo, allora chiese aiuto ad Archimede che aveva fama di grande genio e inventore.

Archimede, dopo aver pensato molto, mentre faceva il bagno, trovò la soluzione ... e per la felicità uscì nudo dalla vasca e cominciò a correre per le strade gridando "eureka!".



La Spinta di Archimede

Εύρηκα! (Ho trovato)

Archimede, immergendosi nella vasca, aveva avvertito la spinta idrostatica dell'acqua comprendendone la causa.

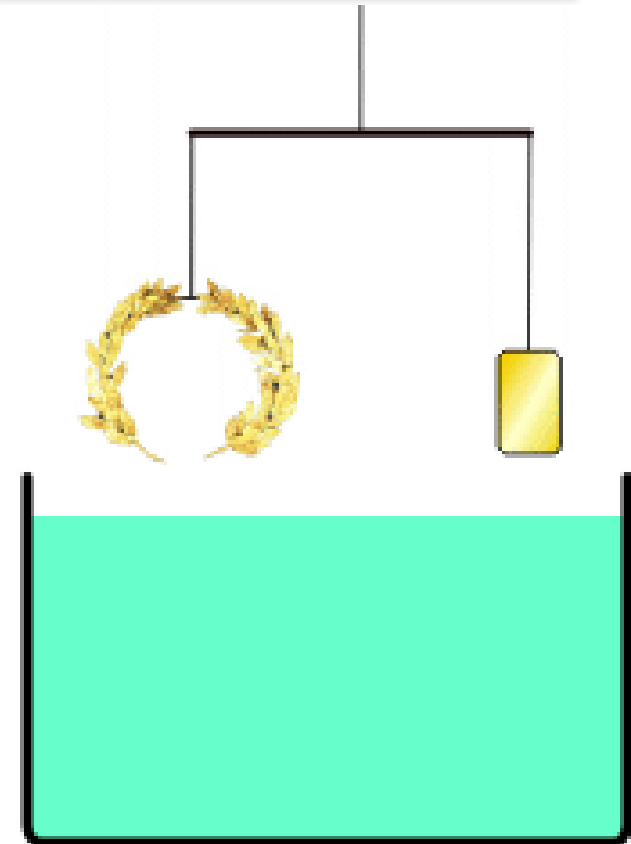
Archimede aveva capito che due materiali diversi, aventi lo stesso peso ma necessariamente due volumi diversi, se immersi nell'acqua ricevono spinte diverse che dipendono esclusivamente dal volume e non dal tipo di materiale o dal suo peso.

Fu quindi sufficiente utilizzare una bilancia ed appendere la corona ad un braccio, e all'altro braccio un lingotto di oro puro con peso pari a quello della corona.

La bilancia era ovviamente in equilibrio.

I due oggetti vennero allora immersi in acqua. La corona era in parte composta da metallo più vile che era stato aggiunto in **ugual peso** ma in **maggior volume** e quindi in totale **la corona aveva maggior volume del lingotto d'oro.**

La corona riceveva pertanto una spinta maggiore e la bilancia si spostò dalla parte dell'oro denunciando la frode.



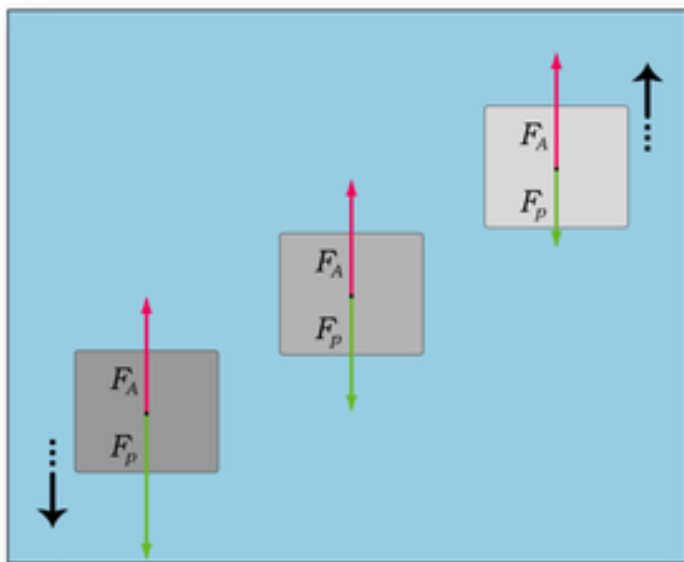
La Spinta di Archimede

EUREKA! (Εύρηκα)

LEGGE DI ARCHIMEDE

Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del fluido spostato.

La spinta di Archimede è anche detta **Spinta Idrostatica**.



dove

$$F_A = m_L \cdot g = d_L \cdot V_C \cdot g$$
$$F_P = m_C \cdot g = d_C \cdot V_C \cdot g$$

F_A = Forza di Archimede (Spinta)

F_P = Forza Peso

m_L = Massa del liquido (fluido)

m_C = Massa del corpo

d_L = Densità del liquido (fluido)

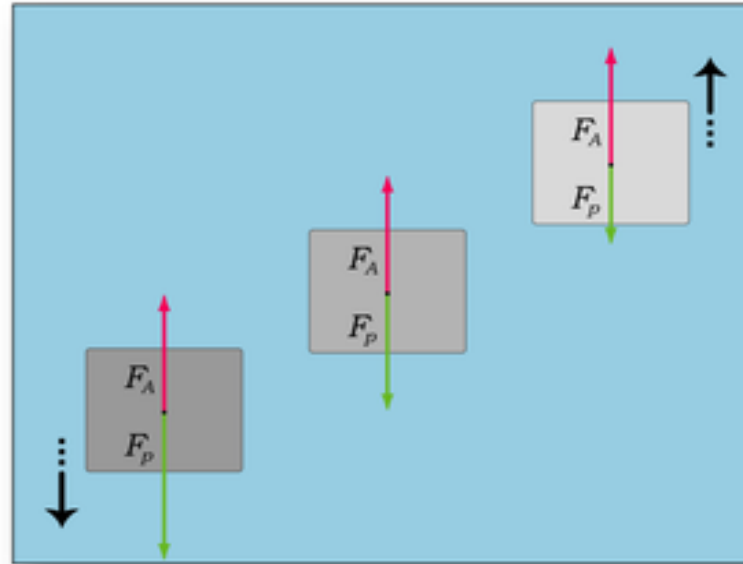
d_C = Densità del corpo

V_C = Volume del corpo

g = Accelerazione di gravità = $9,81\text{m/s}^2 = 9,81\text{N/kg}$

La Spinta di Archimede

Galleggiamento - Affondamento - Equilibrio



$F_A > F_P \Leftrightarrow d_L > d_C \Leftrightarrow \text{GALLEGGIAMENTO}$

$F_A = F_P \Leftrightarrow d_L = d_C \Leftrightarrow \text{EQUILIBRIO}$

$F_A < F_P \Leftrightarrow d_L < d_C \Leftrightarrow \text{AFFONDAMENTO}$

La Spinta di Archimede

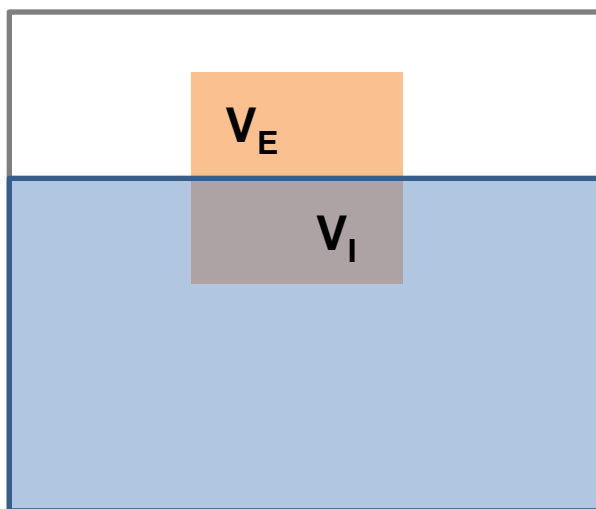
Volume Immerso e Volume Emerso

Galleggiamento

Il corpo risale a galla ed appena arriva alla superficie il volume immerso diminuisce via via che il corpo emerge; di conseguenza, la spinta di Archimede diminuisce anch'essa in quanto è direttamente proporzionale al volume immerso (mentre il peso del corpo rimane ovviamente lo stesso!)

Quando la spinta di Archimede diventa uguale al peso, il corpo smette di risalire ed inizia a galleggiare.

Calcoliamo adesso la frazione di volume che è immersa e quella che emerge. Affinché il corpo sia in equilibrio e galleggi sulla superficie deve essere:



$$\begin{cases} F_A = m_L \cdot g = d_L \cdot V_I \cdot g \\ F_P = m_C \cdot g = d_C \cdot V_C \cdot g = d_C \cdot (V_I + V_E) \cdot g \end{cases}$$

$$F_A = F_P \quad \Leftrightarrow \quad d_L \cdot V_I \cdot g = d_C \cdot (V_I + V_E) \cdot g$$

$$d_L \cdot V_I = d_C \cdot (V_I + V_E) \Rightarrow \frac{d_L}{d_C} = \frac{V_I + V_E}{V_I} = 1 + \frac{V_E}{V_I}$$

La Spinta di Archimede

Gli Iceberg

L'acqua ha la particolarità che, allo stato solido, ha una densità minore di quella allo stato liquido. Per questo motivo il ghiaccio galleggia sull'acqua.

Calcoliamo adesso la frazione di volume di iceberg che è immersa e quella che emerge.



$$\begin{cases} F_A = m_A \cdot g = d_A \cdot V_I \cdot g \\ F_P = m_G \cdot g = d_G \cdot V_G \cdot g = d_G \cdot (V_I + V_E) \cdot g \end{cases}$$

$$\frac{d_A}{d_G} = \frac{V_I + V_E}{V_I} = \frac{V_{TOT}}{V_I} \Rightarrow \begin{cases} V_I = \frac{d_G}{d_A} \cdot V_{TOT} \\ V_E = \left(1 - \frac{d_G}{d_A}\right) \cdot V_{TOT} \end{cases}$$

$$V_I = \frac{d_G}{d_A} \cdot V_{TOT} = \frac{930 \text{ kg} / \text{m}^3}{1027 \text{ kg} / \text{m}^3} \cdot V_{TOT} \approx 0,90 \cdot V_{TOT} \Rightarrow V_I \approx 90\% \cdot V_{TOT}$$

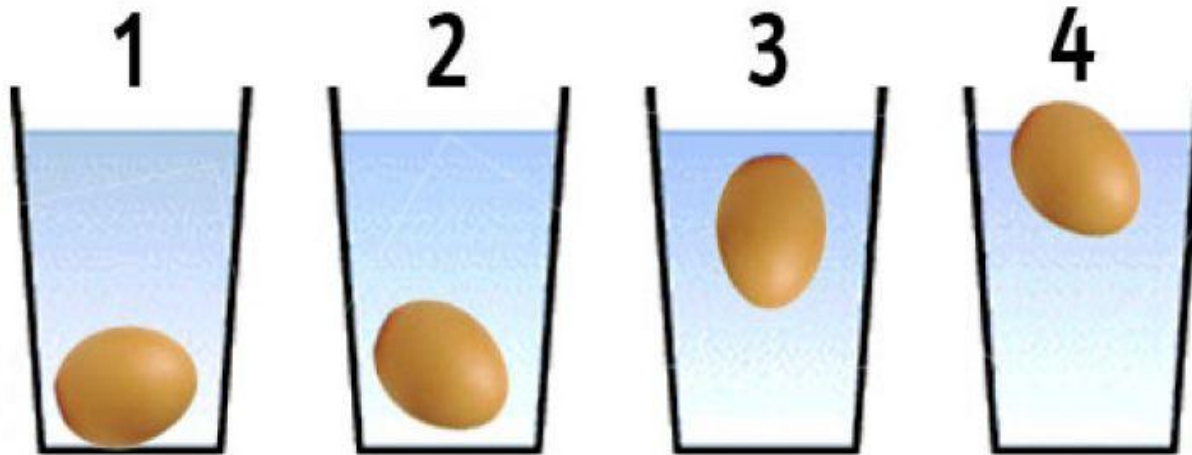
$$V_E = V_{TOT} - V_I \approx (1 - 0,90) \cdot V_{TOT} \approx 0,10 \cdot V_{TOT} \Rightarrow V_E \approx 10\% \cdot V_{TOT}$$

Archimede e le Uova

Fresco, vecchio, andato a male

Non sappiamo se Archimede si sia mai servito del suo principio per vedere se un uovo era fresco oppure no... ma noi possiamo dirlo molto semplicemente proprio grazie alla spinta di Archimede!

Basta immergerle in un bicchiere d'acqua e vedere cosa succede:



- 1) Se l'uovo resta sul fondo del bicchiere è freschissimo
- 2) Se arriva quasi fino in fondo è vecchio di 1 settimana
- 3) Se arriva a metà bicchiere è vecchio di $2/3$ settimane
- 4) Se invece l'uovo galleggia è molto, molto vecchio e va buttato!

Ma perché questo accade???

Archimede e le Uova



Fresco, vecchio, andato a male

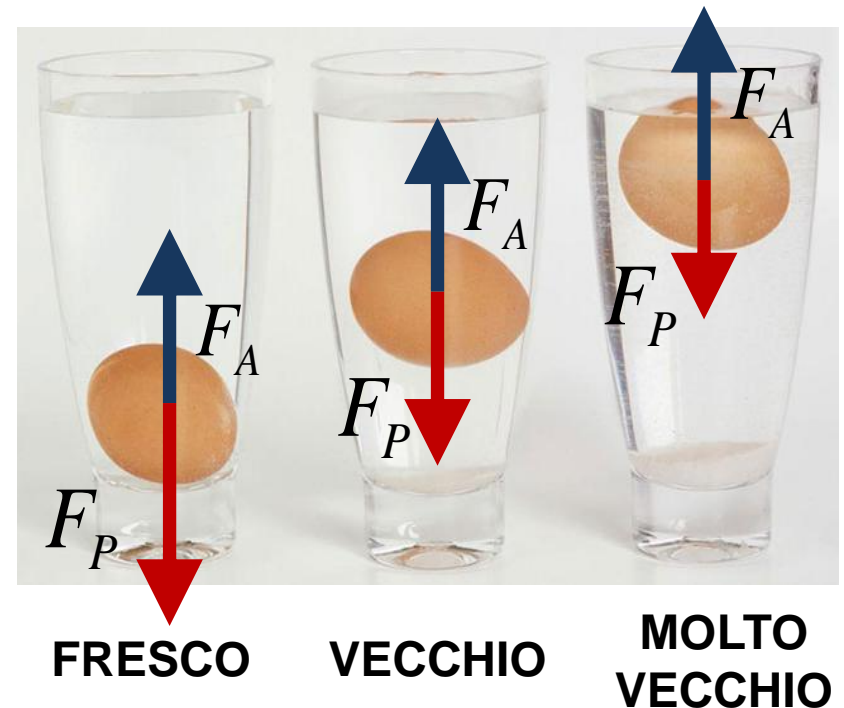
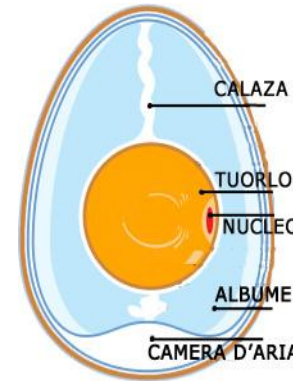
Questo succede perché il guscio d'uovo è poroso e più il tempo passa più entra aria nell'uovo, aumentando la camera d'aria.

Ciò fa diminuire la densità dell'uovo e, quindi, la sua massa, sino a che il peso dell'uovo diventa più piccolo della spinta di Archimede.

A quel punto l'uovo risale e poi galleggia.

Osservazione:

La spinta di Archimede è sempre la stessa (dipende dal volume dell'uovo che non cambia nel tempo), mentre la forza peso, che è direttamente proporzionale alla massa, diminuisce.



Archimede e le Uova

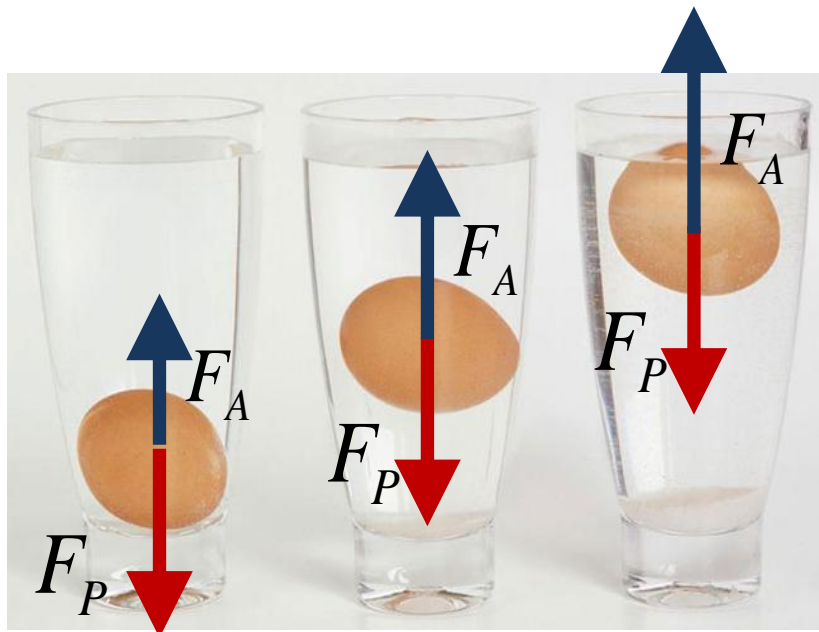


Fresco, vecchio, andato a male

Ma cosa accade se aggiungiamo sale all'acqua?

Prendiamo un uovo fresco, immergiamolo in acqua e osserviamo che, come visto prima, affonda.

A questo punto aggiungiamo il sale, più ne aggiungiamo e più l'acqua salata diventa densa.



**SENZA
SALE**

**POCO
SALE**

**MOLTO
SALE**

Questa volta, quindi, è la spinta di Archimede che aumenta mentre la massa dell'uovo non cambia.

Quando la spinta diventa uguale e poi maggiore del peso dell'uovo questo risale e poi galleggia.

Questo è il motivo per cui a mare (acqua salata) galleggiamo più facilmente che in piscina (acqua dolce)!!!



Spinta di Archimede nell'aria



Palloncini e mongolfiere



La spinta di Archimede vale nei fluidi in generale, quindi anche nei gas come l'aria.

Ad esempio i palloncini per i bimbi sono riempiti con l'elio che è un gas meno denso dell'aria, quindi i palloncini ricevono una spinta verso l'alto che li porta ad allontanarsi nel cielo.

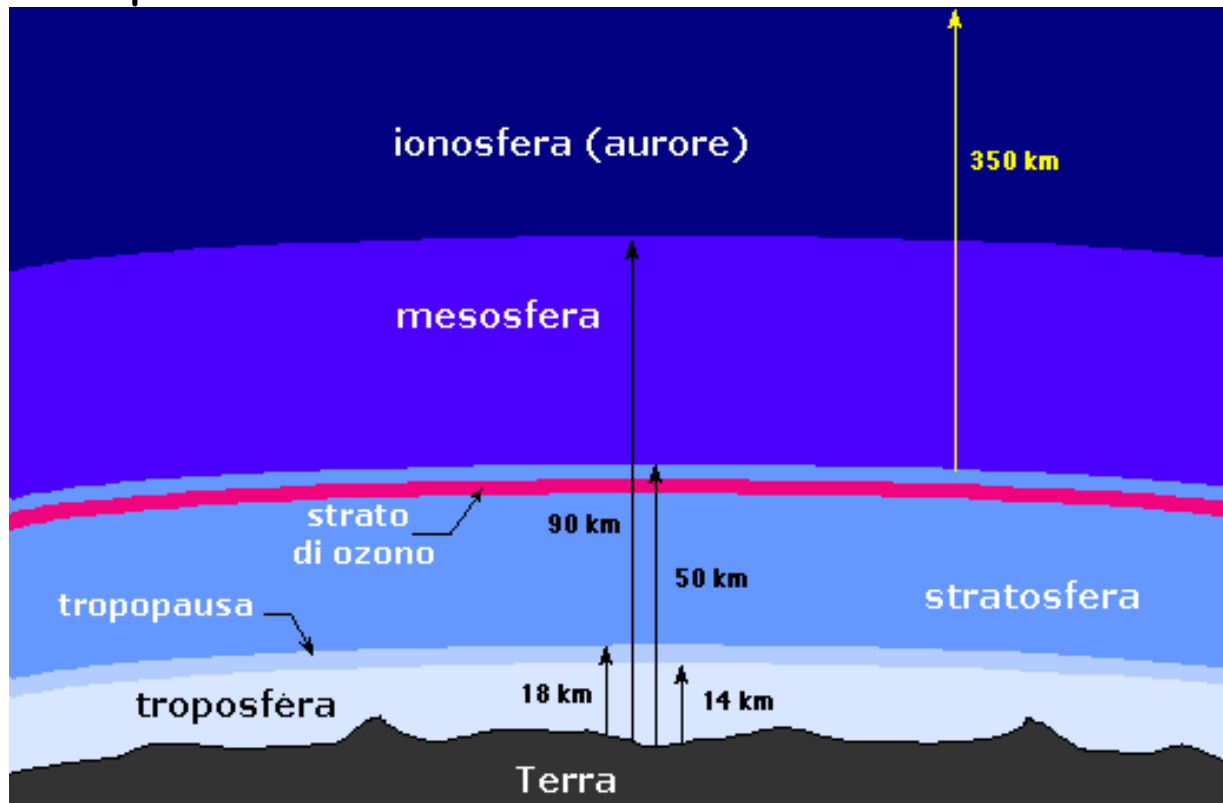
Anche la mongolfiera vola grazie alla spinta di Archimede in quanto l'aria racchiusa nel pallone, riscaldata dal bruciatore, diventa meno densa e, di conseguenza più leggera, tanto da galleggiare nell'aria circostante che è più fredda e quindi più densa!



La Pressione Atmosferica

L'atmosfera

L'aria forma attorno alla Terra uno strato gassoso chiamato **atmosfera**, spesso qualche centinaio di chilometri. Essendo attirata verso il basso dal proprio peso, l'aria esercita sulla superficie terrestre una certa pressione: con l'aumentare della quota rispetto il livello del mare la pressione atmosferica decresce in quanto diminuisce lo spessore di atmosfera sovrastante.

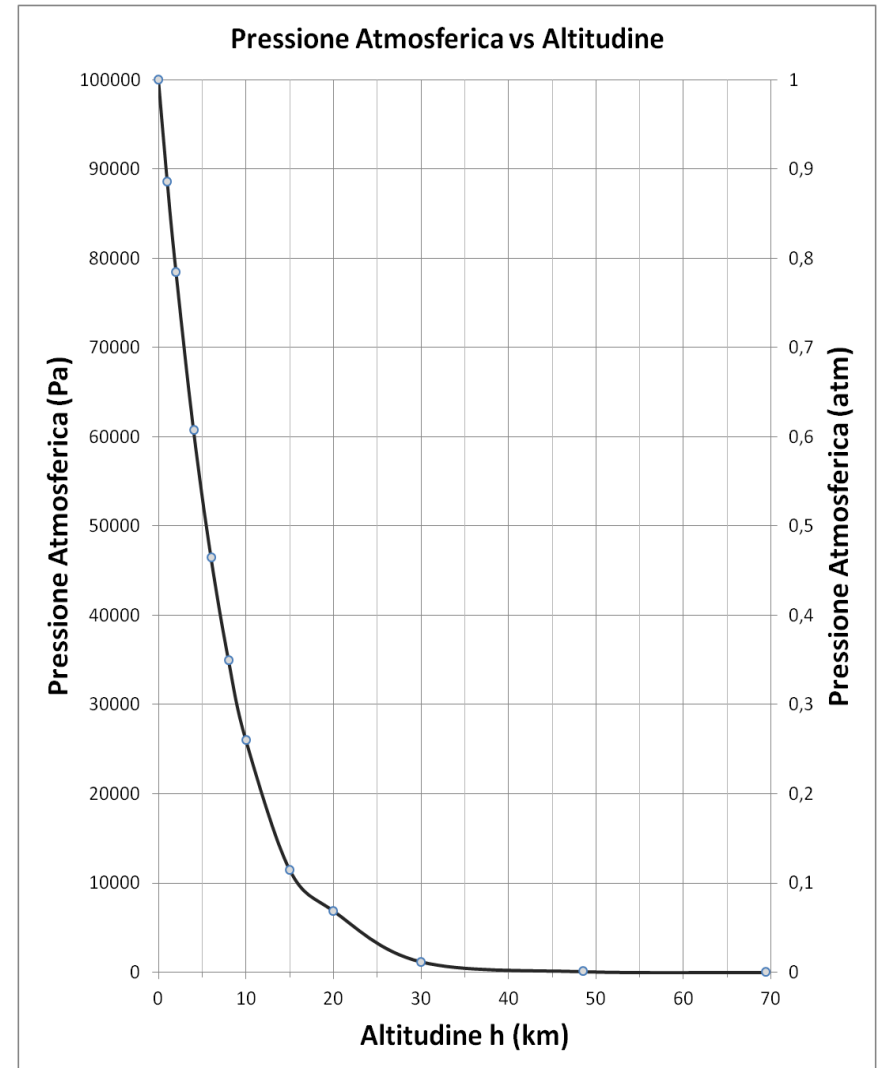


Come per una colonna d'acqua, infatti, anche la pressione di una colonna d'aria diminuisce con l'altezza se ci si muove verso l'alto partendo dalla superficie terrestre.

La Pressione Atmosferica

L'atmosfera

Nell'aria, se ci si innalza dalla superficie terrestre, si va a sopportare una pressione corrispondente ad una colonna d'aria sempre meno alta, ma essendo l'aria comprimibile, più la pressione diminuisce più il suo volume aumenta, cioè ne diminuisce la densità e non è quindi possibile applicare, per grandi differenze di quota, la legge di Stevino: la diminuzione di pressione dell'aria non è una funzione lineare della distanza, bensì una funzione esponenziale



La Pressione Atmosferica

Emisferi di Magdeburgo

Fu effettuato da Geuricke nel 1654. Due mezze sfere cave di ottone di 80 centimetri di diametro, perfettamente combacianti tra loro, in cui era stato fatto il vuoto, poterono essere separate solo con gli sforzi congiunti di due tiri di otto cavalli!



La Pressione Atmosferica

Emisferi di Magdeburgo

Questo fenomeno ha una spiegazione molto semplice.

In condizioni normali la pressione atmosferica (esterna alla mezza sfera unite) è perfettamente uguale a quella all'interno, quindi esse possono essere facilmente separate con un minimo sforzo. Produrre il vuoto, o comunque estrarre una buona quantità d'aria dall'interno del sistema, significa rompere l'equilibrio fra la pressione interna (ora molto più bassa) e quella esterna.

Tale squilibrio dà dunque luogo ad una forza su ciascun emisfero diretta verso il centro della sfera, cioè gli emisferi risultano fortemente compressi l'uno contro l'altro. Solo vincendo con una forza esterna maggiore quella che tiene insieme gli emisferi (esercitata dalla pressione atmosferica) è possibile separarli.

Inoltre, dato che la pressione che agisce su ogni emisfero dipende dalla sua superficie, ne segue che incrementandola, aumenta conseguentemente anche questa forza e dunque lo sforzo necessario per separare gli emisferi deve essere maggiore.

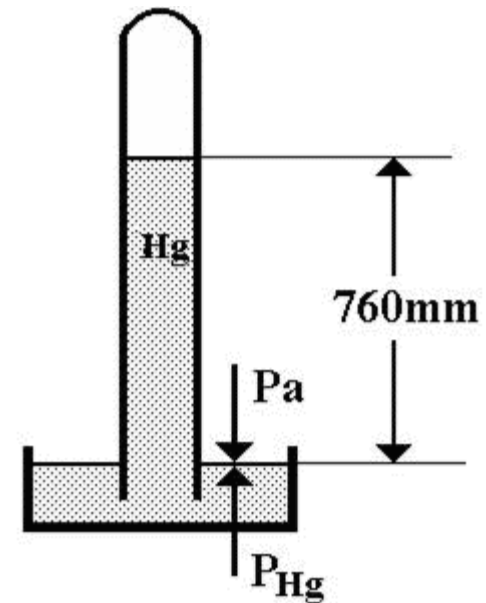
La Pressione Atmosferica

L'Esperimento di Torricelli

Un tubo lungo circa 80-90 cm e di diametro di un cm e sigillato a una estremità, viene riempito di mercurio e posto, con l'apertura verso il basso tenuta chiusa, in una bacinella anch'essa riempita di mercurio.

Aperto l'imboccatura inferiore del tubo, si crea un sistema di vasi comunicanti, per il quale la pressione del liquido all'interno del tubo è uguale alla pressione esercitata dall'atmosfera sul mercurio contenuto nella vaschetta: infatti il mercurio contenuto nel tubo non è soggetto alla pressione esterna, al contrario di quello nella vaschetta.

Fissando il tubo a un apposito sostegno, si potrà notare che il mercurio contenuto nel tubo scende un dato livello, chiamato h , che equivale a 760mm. Al livello della vaschetta agiscono dunque due forze, che sono la pressione atmosferica (dal basso verso l'alto) e la pressione idrostatica della colonna di mercurio (dall'alto verso l'alto) che sono uguali e contrarie e quindi sono in equilibrio.

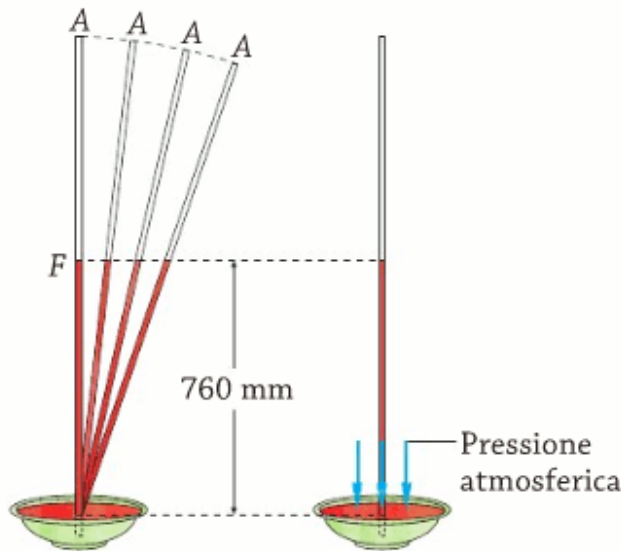


La Pressione Atmosferica

L'Esperimento di Torricelli

Applicando la legge di Stevino possiamo calcolare il valore della pressione atmosferica:

$$p = d \cdot g \cdot h = 13600 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 0,760 \text{ m} \approx 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$



La scelta di Torricelli di usare come liquido il mercurio non fu casuale.

Questo materiale ha anche allo stato liquido una densità notevole, tale da poter eguagliare la pressione atmosferica con una colonna alta solo 760 mm.

Se invece avesse utilizzato come liquido l'acqua, il tubo sarebbe dovuto essere di oltre una decina di metri per poter eguagliare la pressione atmosferica.

La Pressione Atmosferica

Le unità di misura

Unità pratica	Trasformazioni in unità SI
bar	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$
millibar	$1 \text{ mbar} = 10^{-3} \text{ bar} = 10^2 \text{ Pa}$
atmosfera	$1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
torricelli	$1 \text{ torr} = 1 \text{ mm}_{\text{Hg}} = 133,3 \text{ Pa}$ $1 \text{ atm} = 760 \text{ mm}_{\text{Hg}} = 760 \text{ torr} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$