Il Movimento

Cinematica

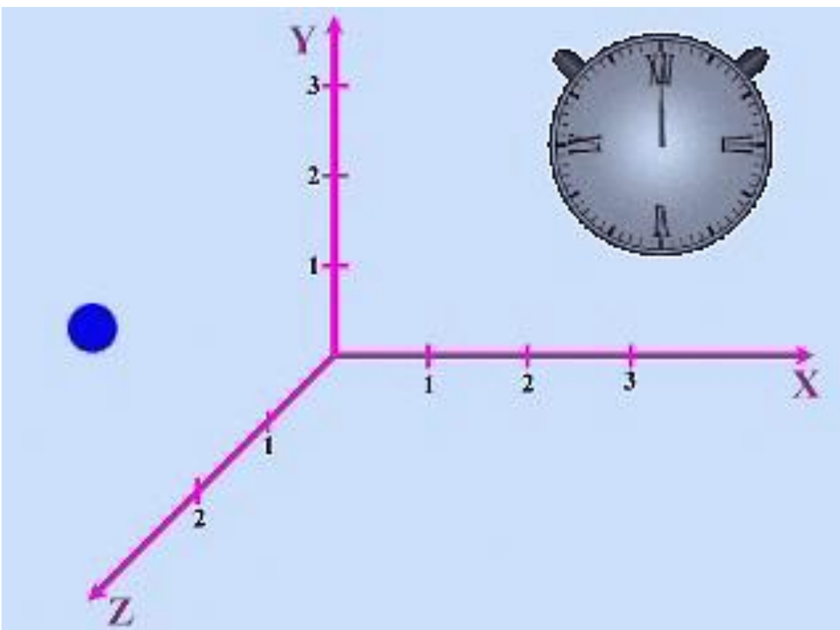
www.fisicaxscuola.altervista.org

Il Movimento

- Il Moto
- Sistemi di Riferimento
- Spostamento
- Velocità
- Accelerazione
- Classificazione del Moto
- Moto Rettilineo Uniforme
- Moto Uniformemente Accelerato
- Moto Circolare Uniforme
- Approfondimenti:
  - Moto Uniformemente Accelerato: Spazio di Frenata
  - Moto Uniformemente Accelerato: La Caduta dei Gravi
  - Moto Circolare Uniforme: Moto Armonico

Il Moto

Il moto è il cambiamento di posizione di un corpo, in relazione al tempo, misurato da un osservatore rispetto ad un determinato sistema di riferimento.

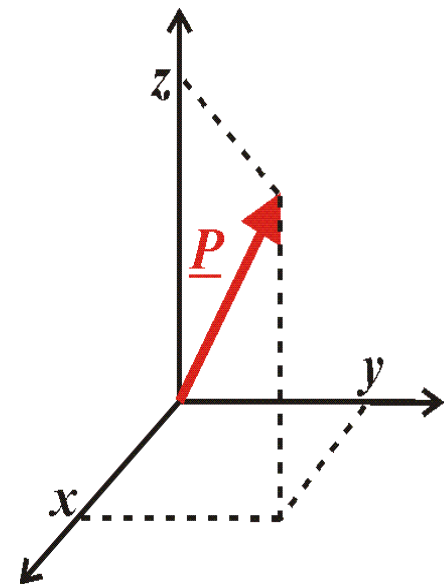


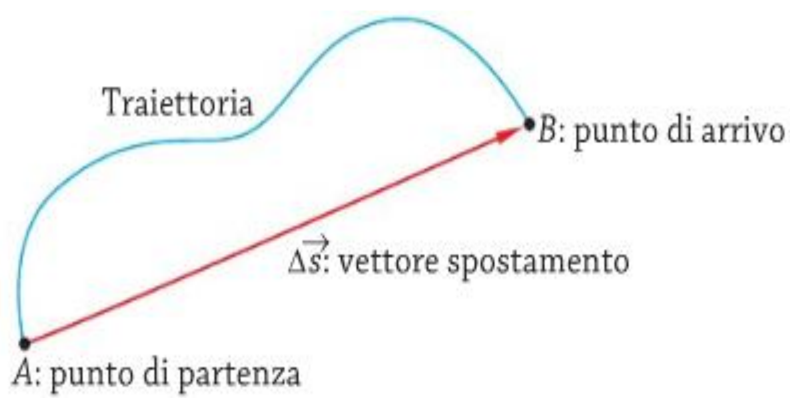
Lo studio del moto dei corpi, in fisica, è chiamato **CINEMATICA**.

Per facilitare lo studio del moto si semplifica il problema considerando il corpo come se fosse un **PUNTO MATERIALE**, cioè un punto dotato di massa ma senza dimensioni.

Il Sistema di Riferimento

Poiché i corpi si muovono nello spazio, per poterne descrivere il moto, è necessario disporre di un sistema di riferimento in cui siano riportate le 3 direzioni, ciò può essere fatto utilizzando un sistema cartesiano 3D.





L'insieme dei punti dello spazio occupati da un corpo (punto materiale) al variare del tempo si definisce **TRAIETTORIA**.

Il Sistema di Riferimento

È da sottolineare che ciò che è in moto o in quiete in un sistema di riferimento potrebbe non esserlo considerando un altro sistema di riferimento.

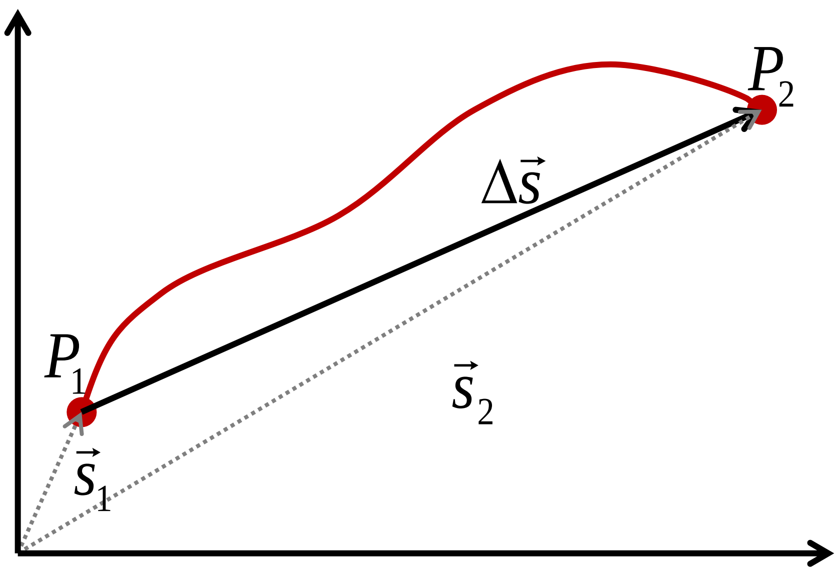
Osservato dall'interno del treno, il passeggero si sposta verso Milano.

Osservato da un viadotto, il passeggero si muove verso Bologna.

Moto e quiete non sono mai assoluti, ma relativi al sistema di riferimento adottato!

Spostamento

Definiamo **SPOSTAMENTO** il vettore che congiunge due posizioni del punto materiale in movimento in due istanti diversi:



$$\Delta\vec{s} = \vec{s}_2 - \vec{s}_1$$

In generale il vettore spostamento non coincide con la traiettoria del corpo.

Velocità

Definiamo **VELOCITÀ** il rapporto tra lo spazio percorso ed il tempo impiegato a percorrerlo:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{\vec{s}_2 - \vec{s}_1}{t_2 - t_1}$$

La velocità è un vettore, per il quale direzione e verso coincidono con quelle del vettore spostamento e il cui modulo è dato dal modulo dello spostamento diviso l'intervallo di tempo.

Nel S.I. l'unità di misura della velocità è il m/s

Velocità

Se consideriamo spazi percorsi abbastanza estesi può capitare che la velocità non sia sempre la stessa in tutto il tratto considerato, ciò vuol dire che quella che abbiamo definito prima è in realtà una **VELOCITÀ MEDIA**.

$$\boxed{v_m = \Delta s / \Delta t}$$

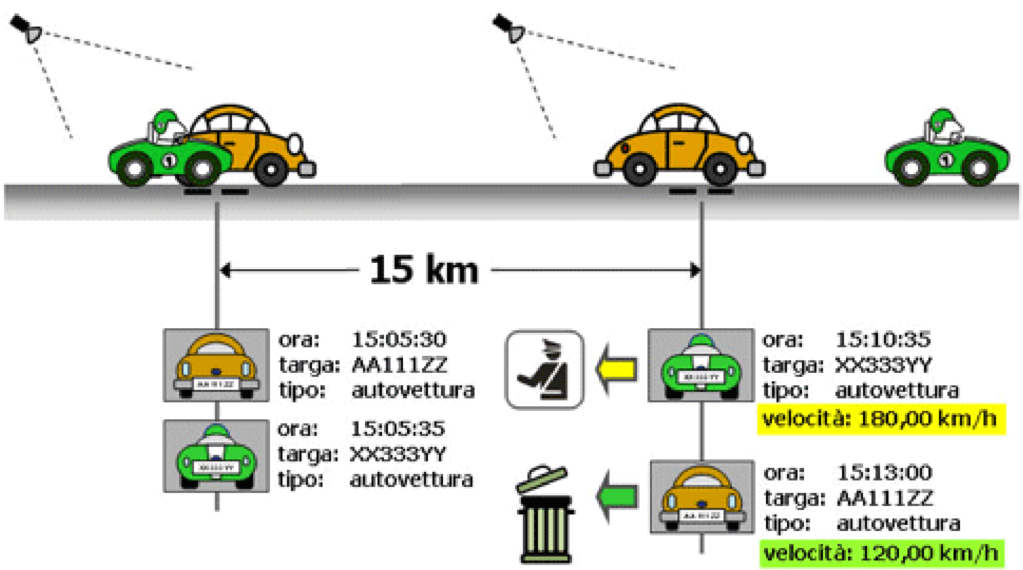
Se nella formula precedente consideriamo intervalli di tempo sempre più piccoli, e quindi spazi sempre più ridotti, la velocità che individueremo sarà sempre più vicina a quella che il corpo ha in un determinato istante, abbiamo così definito la **VELOCITÀ ISTANTANEA**.

Se la velocità si mantiene costante in tutto lo spazio considerato, allora velocità istantanea e velocità media coincidono.

Velocità

Vediamo due strumenti per la verifica delle velocità che si basano sui concetti di **VELOCITÀ MEDIA** e **VELOCITÀ ISTANTANEA**:

TUTOR



VELOCITÀ MEDIA

AUTOVELOX

VELOCITÀ ISTANTANEA

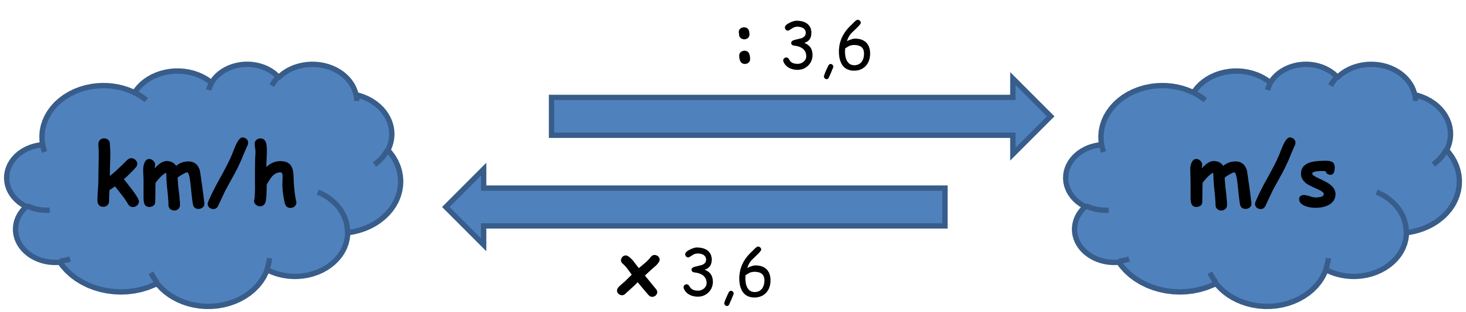
Velocità

Come abbiamo visto la velocità è un rapporto tra spazio e tempo e quindi l'unità di misura sono i m/s.

Nella vita quotidiana, però, si usano molto più frequentemente i km/h, vediamo come effettuare la conversione:

$$\frac{1km}{1h} = \frac{1000m}{3600s} = \frac{1}{3,6} \cdot \frac{1m}{1s}$$

Quindi:



Accelerazione

Definiamo **ACCELERAZIONE** il rapporto tra la variazione di velocità e l'intervallo di tempo in cui è avvenuta tale variazione:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

L'accelerazione è un vettore, per il quale direzione e verso coincidono con quelle del vettore velocità e il cui modulo è dato dal modulo della velocità diviso l'intervallo di tempo.

Nel S.I. l'unità di misura dell'accelerazione è il m/s^2

Accelerazione

Così come per la velocità, se consideriamo tempi abbastanza estesi può capitare che l'accelerazione non sia sempre la stessa in tutto il tratto considerato, ciò vuol dire che quella che abbiamo definito prima è in realtà una **ACCELERAZIONE MEDIA**.

$$\boxed{a_m = \Delta v / \Delta t}$$

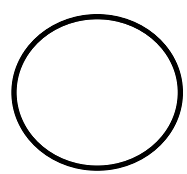
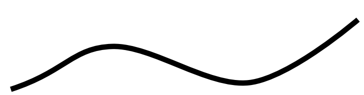
Se nella formula precedente consideriamo intervalli di tempo sempre più piccoli l'accelerazione che individueremo sarà sempre più vicina a quella che il corpo ha in un determinato istante, che possiamo definire **ACCELERAZIONE ISTANTANEA**.

Se l'accelerazione si mantiene costante in tutto lo spazio considerato, allora accelerazione istantanea e accelerazione media coincidono.

Classificazione dei Moti

I moti si classificano in base a:

- **Traiettoria**
- **Parametri Cinematici** (velocità e accelerazione)

TRAIETTORIA	
RETTILINEO	
CIRCOLARE	
CURVILINEO	

PARAMETRI CINEMATICI (velocità v, accelerazione a)	
UNIFORME	$v = \text{cost.};$
UNIFORMEMENTE ACCELERATO	$\begin{cases} v \neq \text{cost.}; \\ a = \text{cost.}; \end{cases}$
VARIO	$\begin{cases} v \neq \text{cost.}; \\ a \neq \text{cost.}; \end{cases}$

Moto Rettilineo Uniforme

Un moto si definisce **RETTILINEO UNIFORME** se sono verificate le seguenti condizioni:

- La traiettoria è una retta
- La velocità è costante (e quindi l'accelerazione è nulla).

La legge oraria, cioè l'equazione matematica che lega spazio e tempo, del moto rettilineo uniforme è:

$$\boxed{s = s_0 + v \cdot t}$$

Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

Un moto si definisce **RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO** se sono verificate le seguenti condizioni:

- La traiettoria è una retta
- L'accelerazione è costante

La legge oraria, cioè l'equazione matematica che lega spazio e tempo, del moto rettilineo uniformemente accelerato è:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

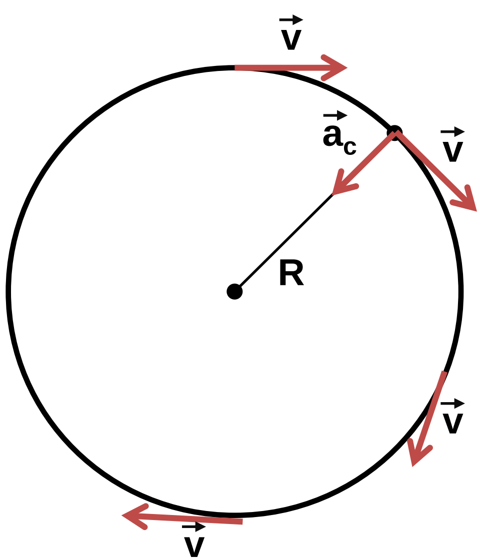
$$v = v_0 + a \cdot t$$

Approfondimenti: Spazio di Frenata; Caduta dei Gravi

Moto Circolare Uniforme

Un moto si definisce **CIRCOLARE UNIFORME** se sono verificate le seguenti condizioni:

- ❑ La traiettoria è una circonferenza
- ❑ La velocità è costante in **modulo**



Il vettore velocità, parallelo al vettore spostamento, ha una direzione che cambia istante per istante ed è in ogni punto tangente alla circonferenza. Per tale motivo nei moti circolari si ha una **VELOCITÀ TANGENZIALE**.

Poiché il vettore velocità cambia istante per istante (in direzione) si ha una accelerazione istantanea non nulla, detta **ACCELERAZIONE CENTRIPETA**, che è costante in modulo ed è sempre diretta verso il centro.

Moto Circolare Uniforme

Poiché il moto avviene su una linea chiusa, con una velocità costante in modulo, dopo un certo intervallo di tempo il punto materiale, avendo percorso l'intera circonferenza, rioccuperà la posizione che aveva all'inizio del moto avendo ancora la stessa velocità (in modulo, direzione e verso).
La stessa cosa accadrà per tutti i multipli di tale intervallo di tempo.

Si definisce **PERIODO** (T) l'intervallo di tempo impiegato a percorrere un giro completo. Nel S.I. l'unità di misura del periodo è il secondo (s).

Poiché la lunghezza di una circonferenza di raggio R è $2\pi R$, e quindi $2\pi R$ è lo spazio Δs percorso nel periodo T, la velocità tangenziale e l'accelerazione centripeta sono date da:

$$\boxed{v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}; \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}}$$

Moto Circolare Uniforme

In un moto periodico, come il moto circolare uniforme, è importante anche definire un'altra grandezza fisica, la frequenza, data dall'inverso del periodo:

Si definisce **FREQUENZA** (f) il numero di giri percorsi nell'unità di tempo. La frequenza f è l'inverso del periodo T.

Nel S.I. l'unità di misura della frequenza è l'Hertz ($\mathrm{Hz} = \mathrm{s}^{-1}$).

$$\boxed{f = 1/T = T^{-1}; \quad T = 1/f = f^{-1}}$$

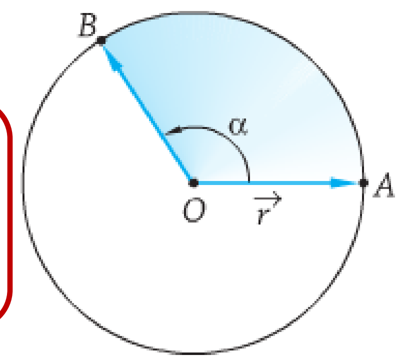
In termini di frequenza la velocità e l'accelerazione sono:

$$\boxed{v_m = v_i = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f; \quad a_m = a_i = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = 4\pi^2 r f^2}$$

Moto Circolare Uniforme

Velocità Angolare (Pulsazione)

Nel moto circolare uniforme, in intervalli di tempo uguali, sono percorsi archi di circonferenza di uguale lunghezza.
Pertanto il vettore descrive angoli uguali in tempi uguali.



Definiamo quindi **velocità angolare media** ω il rapporto fra l'angolo spazzato da un vettore che ruota ed il tempo impiegato a compiere questa rotazione.

Nel moto circolare uniforme, poiché il moto avviene su una circonferenza in un periodo T, considerando che, in radianti, l'angolo sotteso dall'intera circonferenza è 2π, otteniamo:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\ f$$

VELOCITÀ ANGOLARE
(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

La Velocità Angolare si misura, nel S.I., in rad/s.

Moto Circolare Uniforme

Formule

Dalle definizioni di velocità angolare, velocità tangenziale e accelerazione centripeta seguono, per il moto circolare uniforme, le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \omega = 2\pi \cdot f \\ v = 2\pi \cdot r \cdot f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = \dfrac{v}{r} \\ v = \omega \cdot r \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \dfrac{v^2}{r} \\ v = \omega \cdot r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \omega^2 \cdot r \\ a = \dfrac{4\pi^2 r}{T^2} = 4\pi^2 r f^2 \end{cases}$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME $(f = 1/T)$	
Velocità Tangenziale	$v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} = 2\pi \cdot r \cdot f; \quad v = \omega \cdot r;$
Velocità Angolare	$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f; \quad \omega = \dfrac{v}{r};$
Accelerazione Centripeta	$a = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{4\pi^2 r}{T^2} = 4\pi^2 r\, f^2; \quad a = \omega^2 \cdot r;$

Il Moto Circolare Uniforme è alla base del **MOTO ARMONICO**.

Formulario

MOTO RETTILINEO UNIFORME	
Legge Oraria	$s = s_0 + v \cdot t$

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO	
Legge Oraria	$\begin{cases} s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v = v_0 + a \cdot t \end{cases}$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME	
Velocità Tangenziale	$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = 2\pi \cdot r \cdot f; \quad v = \omega \cdot r;$
Velocità Angolare	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f; \quad \omega = \frac{v}{r};$
Accelerazione Centripeta	$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = 4\pi^2 r\ f^2; \quad a = \omega^2 \cdot r;$

Approfondimenti

- Moto Uniformemente Accelerato:
  - Spazio di Frenata
  - La Caduta dei Gravi
- Moto Circolare Uniforme:
  - Spostamento
  - Velocità Tangenziale
  - Accelerazione Centripeta
  - Moto Armonico

Spazio di Frenata

TORNA

Il calcolo dello spazio di frenata rientra nel caso di moto rettilineo uniformemente decelerato (accelerazione negativa).

Vedremo che **lo spazio di frenata varia in funzione del quadrato della velocità iniziale**:

$$\begin{cases} s_0 = 0; & s = s_f; \\ v_0 \neq 0; & v_f = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} s = s_0 + v_0 \cdot t + \dfrac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v = v_0 + a \cdot t \end{cases} \quad \begin{cases} s_f = v_0 \cdot t + \dfrac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v_0 = -a \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = -\dfrac{v_0}{a} \\ s_f = v_0 \cdot \left(-\dfrac{v_0}{a} \right) + \dfrac{1}{2} a \cdot \left(-\dfrac{v_0}{a} \right)^2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{s_f = -\frac{v_0^{\;2}}{a} + \frac{1}{2} \frac{v_0^{\;2}}{a} = -\frac{1}{2} \frac{v_0^{\;2}}{a}}$$

Caduta dei Gravi

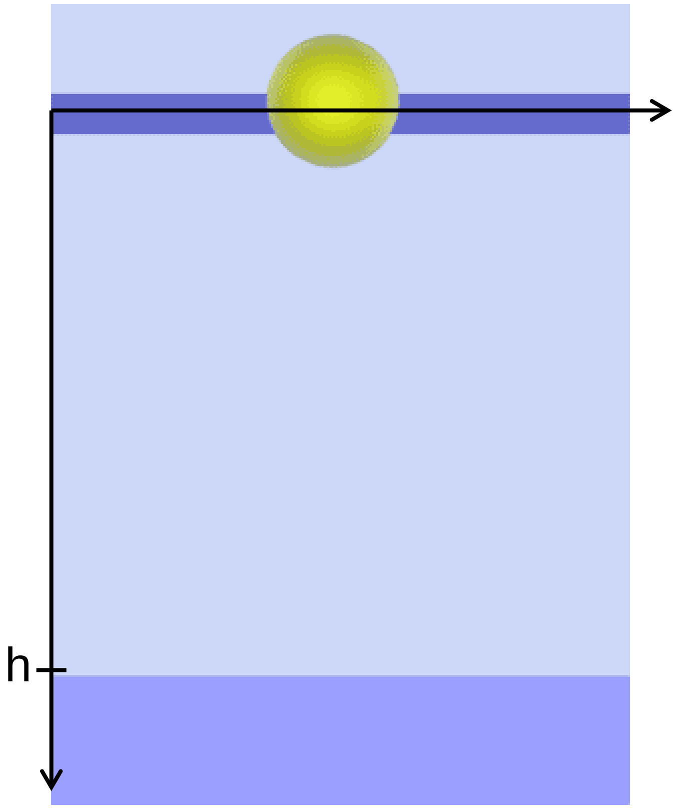
Un caso particolarmente interessante di **moto rettilineo uniformemente accelerato** è la **caduta dei gravi**, cioè di corpi attratti dalla forza di *gravità* (forza peso).

La caduta dei *gravi* fu studiata da *Galileo Galilei*, lo scienziato pisano mostrò che **i corpi materiali cadono, nel vuoto (escludendo quindi qualunque effetto di attrito), tutti con la stessa accelerazione, indipendentemente dalla loro massa**.

L'accelerazione costante con cui i corpi cadono è l'accelerazione di *gravità* $\mathrm{g} = 9{,}8\ \mathrm{m}/s^2$.

Caduta dei Gravi

TORNA



Condizioni Iniziali $\begin{cases} s_0 = 0; & s = h; \\ v_0 = 0; & a = g; \end{cases}$

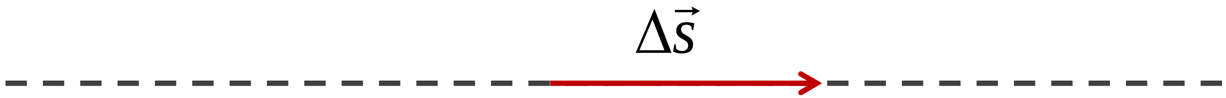
$$\begin{cases} s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v = v_0 + a \cdot t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ v = g \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ v = g \cdot t \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ v = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh} \end{cases}}$$

Come si può notare **tempo e velocità di caduta <u>NON</u> dipendono dalla massa**!!!

Moto Circolare Uniforme

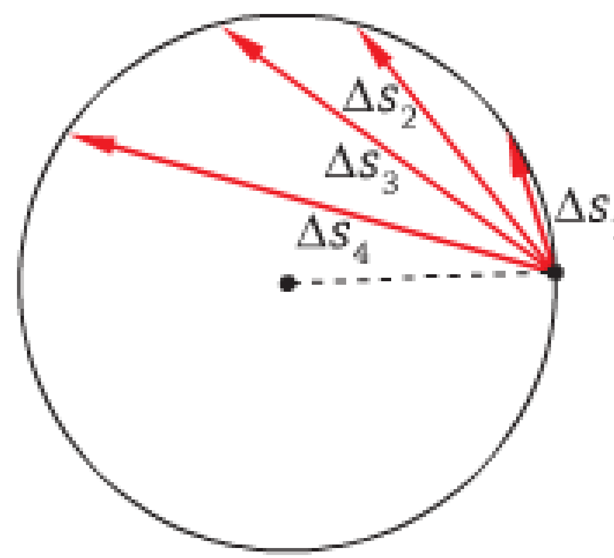
Sino ad ora abbiamo considerato moti che avvengono su rette.
In tali casi il vettore spostamento è costante in direzione (giace sulla retta su cui avviene il moto) e coincide con lo spazio percorso.



Allo stesso modo nei modi rettilinei sono costanti in direzione anche il vettore velocità ed il vettore accelerazione.

Quando, invece, il punto si muove su traiettorie circolari il vettore spostamento non è più costante in direzione e non coincide più con lo spazio percorso.

Considerando intervalli di tempo sempre più piccoli la direzione del vettore spostamento tende a disporsi perpendicolarmente al raggio della circonferenza.

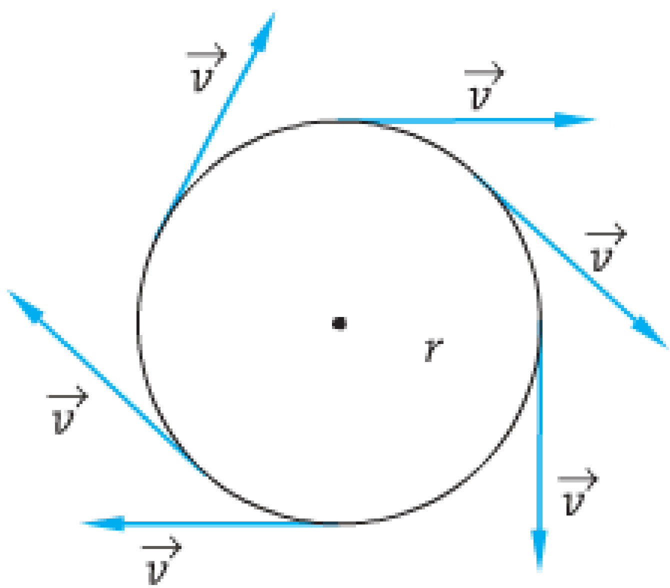


Moto Circolare Uniforme

TORNA

Velocità Tangenziale

Nei moti circolari, inoltre, il vettore velocità, che ha la stessa direzione e verso del vettore spostamento, ha una direzione che cambia istante per istante.



Pertanto anche il vettore velocità istantanea, cioè la velocità definita per intervalli di tempo molto piccoli (al limite tendenti a 0), tende a disporsi perpendicolarmente al raggio della circonferenza, cioè assume in ogni istante la direzione tangente alla circonferenza.

Per tale motivo nei moti circolari si parla di **VELOCITÀ TANGENZIALE**.

Se il moto è **uniforme**, il modulo della velocità tangenziale è costante e le velocità media e istantanea coincidono in modulo:

$$\boxed{v_m = v_i = \Delta s / \Delta t}$$

Moto Circolare Uniforme

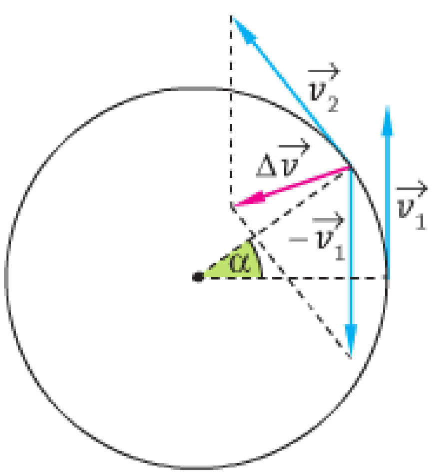
TORNA

Accelerazione Centripeta

Nel moto circolare uniforme, quindi, il vettore velocità tangenziale è costante in modulo ma cambia istante per istante in direzione, di conseguenza la variazione di velocità non è nulla.

Ciò comporta che nei moti circolari uniformi sia presente una accelerazione.

Per determinare tale accelerazione consideriamo due vettori velocità e sommiamoli con la regola del parallelogramma. Otteniamo così un vettore diretto verso l'interno della circonferenza.



$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$

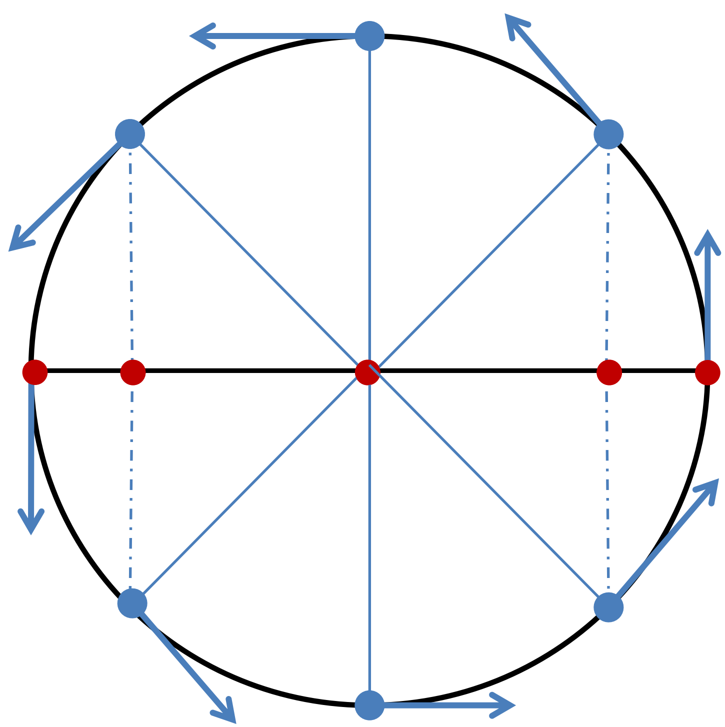
Considerando intervalli di tempo sempre più piccoli, il vettore Δv (e quindi il vettore accelerazione istantanea) tende a diventare perpendicolare al vettore velocità e ad essere quindi **diretto verso il centro della circonferenza**.

Quindi nel moto circolare uniforme si ha una accelerazione istantanea, detta **ACCELERAZIONE CENTRIPETA**, che è costante in modulo ed è data da:

$$\boxed{a_m = a_i = \left|\Delta\vec{v}\right| / \Delta t = v^2 / r}$$

Moto Armonico

Si definisce **MOTO ARMONICO** il moto oscillatorio compiuto dalla proiezione di un punto che si muove lungo una circonferenza a velocità costante, cioè di moto circolare uniforme, sul diametro della circonferenza.



La velocità è massima al centro, quando passa per il centro, e minima (uguale a zero) negli estremi, quando il moto si inverte.
Poiché la velocità non è costante il moto non è uniforme ma accelerato.

Moto Armonico

Periodo, Frequenza e Pulsazione

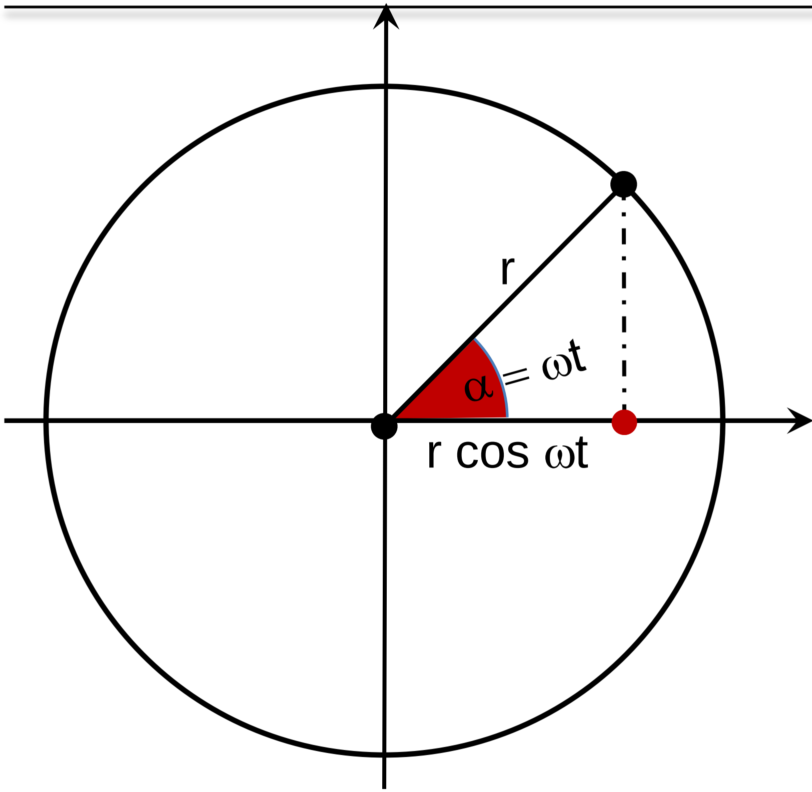
Si definisce **PERIODO (T)** del moto armonico la durata di un'oscillazione completa. Tale durata è uguale al periodo T del moto circolare uniforme.
L'unità di misura nel S.I. è il secondo (s).

Si definisce **FREQUENZA (f)** del moto armonico il numero di oscillazioni complete compiute nell'unità di tempo.
L'unità di misura nel S.I. è il hertz (Hz).

Si definisce **PULSAZIONE (ω)** del moto armonico la velocità angolare del moto circolare uniforme.
L'unità di misura nel S.I. è il radianti al secondo (rad/s).

Moto Armonico

Legge Oraria, Velocità, Accelerazione



$$\begin{cases} s = r \cdot \cos \omega t; \\ v = -\omega \cdot r \cdot \sin \omega t; \\ a = -\omega^2 \cdot r \cdot \cos \omega t = -\omega^2 \cdot s; \end{cases}$$

$$\text{con} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\ f;$$

L'accelerazione quindi non è costante, è direttamente proporzionale al quadrato della pulsazione, ed è sempre **diretta in verso opposto allo spostamento s dalla posizione centrale** (se lo spostamento è positivo l'accelerazione è negativa e viceversa).
L'accelerazione è massima quando lo spostamento s è massimo, e quindi agli estremi; è nulla quando il corpo si trova al centro.

Moto Armonico

TORNA

Esempi

In natura ci sono molti esempi di moti oscillatori armonici, ad esempio il moto di un corpo appeso a una molla, il moto di un'altalena e quello di un pendolo.