Il Movimento e le sue cause

Dinamica

Il Movimento e le sue cause

- La Meccanica e le sue suddivisioni
- La Dinamica
- Principi della Dinamica
- I Principio della Dinamica
- II Principio della Dinamica
- III Principio della Dinamica
- Sistemi di Riferimento Inerziali
- Composizione dei Moti
- Il Moto sul Piano Inclinato
- Il Moto dei Proiettili
- L'Oscillatore Armonico
- Il Pendolo Semplice
- Forza Centripeta e Forza Gravitazionale
- Il Moto dei Satelliti
- Le Leggi di Keplero

La Meccanica e le sue suddivisioni

MECCANICA: Studio del moto in tutti i suoi aspetti.
Si divide in:

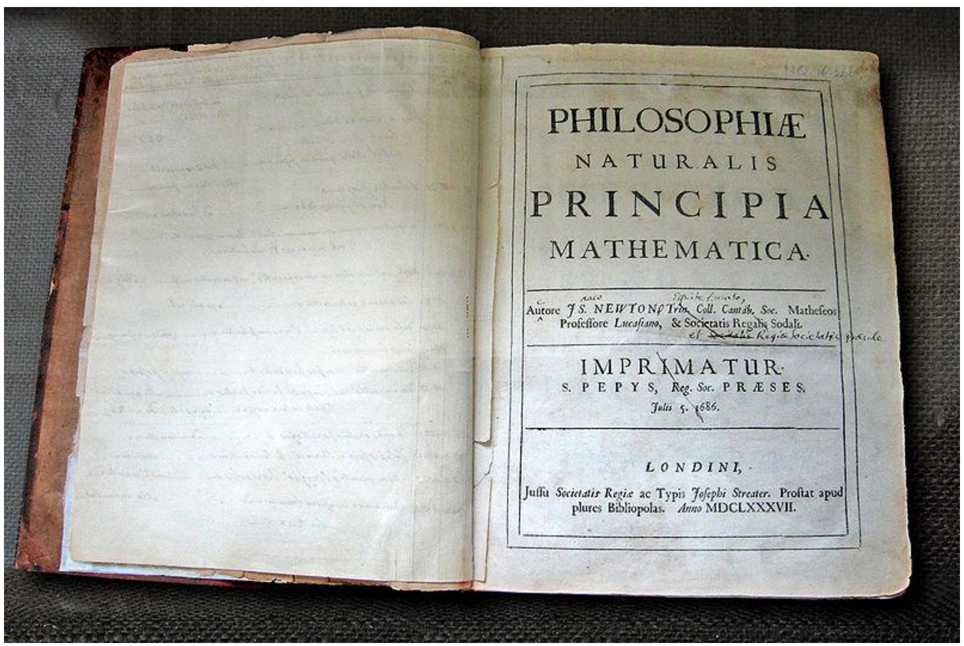
- **STATICA**: Forze e Equilibrio. Studio delle condizioni per l'equilibrio (corpi fermi).
- **CINEMATICA**: Descrizione del moto solo in termini di spazio, tempo, velocità e accelerazione.
- **DINAMICA**: Forze e moto. Studio delle condizioni per lo svolgersi dei vari tipi di moto.

I principi e le leggi della **MECCANICA CLASSICA** valgono entro determinati limiti, non sono applicabili se si studiano :

- corpi infinitamente piccoli, quali particelle elementari e subelementari, per cui vale la **MECCANICA QUANTISTICA**;
- corpi che si muovono a velocità molto elevate, prossime alla velocità della luce 300000km/s, per i quali vale la **MECCANICA RELATIVISTICA**.

La Dinamica

La Dinamica è la parte della fisica che studia le relazioni fra il moto dei corpi e le cause che lo determinano e/o lo modificano.



La Dinamica Classica è stata formalizzata da Newton nel 1687, nell'opera "*Principi Matematici*".

In tale opera sono enunciati e descritti i principali principi della dinamica classica.

I Principi della Dinamica

I Principio (Principio di Inerzia)

Ogni corpo, se sottoposto a forze con **risultante nulla**, persevera nello stato di **quiete** o di **moto rettilineo uniforme**.

II Principio (Legge Fondamentale della Dinamica)

La forza risultante applicata a un corpo è uguale al prodotto della massa del corpo per la sua accelerazione:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

III Principio (Principio di Azione e Reazione)

A ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.

I Principio della Dinamica

I Principio (Principio di Inerzia)

Ogni corpo, se sottoposto a forze con **risultante nulla**, persevera nello stato di **quiete** o di **moto rettilineo uniforme.**

Il I principio è detto di inerzia in quanto l'inerzia è la tendenza di un corpo a mantenere lo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.
È esperienza comune che mettere in moto o fermare un corpo è tanto più difficile quanto maggiore è la sua massa. Da ciò si deduce che **l'inerzia di un corpo è proporzionale alla massa del corpo stesso.**

Il principio di inerzia rappresenta un punto di rottura rispetto alla fisica aristotelica in quanto l'assenza di forze è messa in relazione non solo con la quiete ma anche con il moto rettilineo uniforme.
Poiché la particolarità del moto rettilineo uniforme è che la velocità è vettorialmente costante (cioè in modulo, direzione e verso) possiamo desumere che la presenza di forze sia collegata alle variazioni di velocità. Ciò ci porta al II principio della dinamica.

II Principio della Dinamica

II Principio (Legge Fondamentale della Dinamica)

La forza risultante applicata a un corpo è uguale al prodotto della massa del corpo per la sua accelerazione:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Sperimentalmente si determina che forza applicata e accelerazione prodotta sono direttamente proporzionali: raddoppiando, triplicando, quadruplicando … la forza si ha che raddoppia, triplica, quadruplica … anche l'accelerazione.

Il fattore costante di proporzionalità risulta essere proprio la **massa**, che rappresenta, pertanto, una **misura dell'inerzia del corpo**, cioè della resistenza che il corpo oppone al variare del suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

Il II principio concorda perfettamente con il I, infatti l'unico moto per il quale l'accelerazione è nulla è il moto rettilineo uniforme, per il quale la velocità è costante come vettore, cioè in modulo, direzione e verso. **Pertanto l'unico moto compatibile con l'assenza di forze è il moto rettilineo uniforme, concordemente con quanto afferma il I principio.**

III Principio della Dinamica

III Principio (Principio di Azione e Reazione)

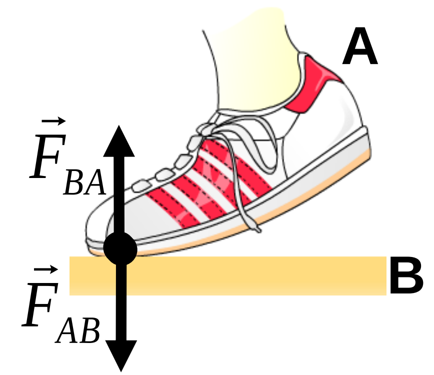
A ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.

In base a questo principio se un corpo A applica una forza F_{AB} su un corpo B, allora il corpo B applica sul corpo A una forza F_{BA} uguale in modulo e direzione, ma opposta in verso:

$$\boxed{\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}}$$

Il III principio attesta che non esistono forze singole, ma solo coppie di forze, agenti però su corpi diversi e pertanto cataloaabili come interazioni reciproche.

Il III principio "spiega" come sia fisicamente possibile compiere molte delle azioni che quotidianamente facciamo, come ad esempio camminare!



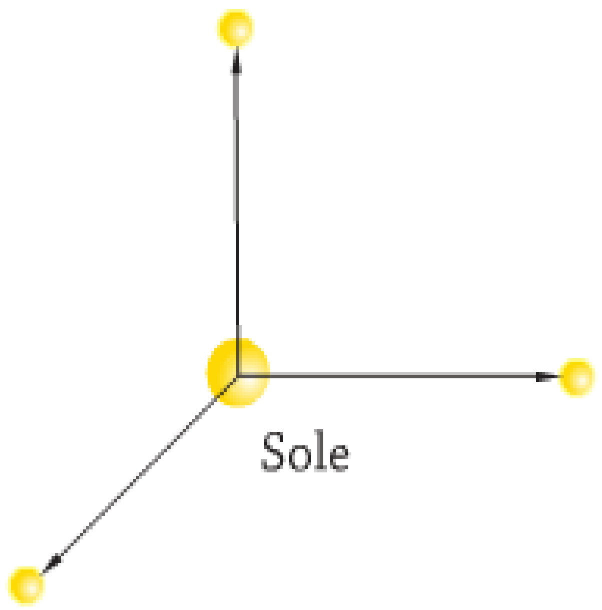
Sistemi di Riferimento Inerziali

Un sistema di riferimento si definisce **INERZIALE** se in esso è valido il principio d'inerzia.

Affinché possa essere definito inerziale un sistema di riferimento deve essere in quiete o in moto rettilineo uniforme, cioè essenzialmente non deve essere accelerato.

Possiamo considerare, con buona approssimazione, che il sistema costituito da un origine posta nel Sole e i tre assi ortogonali orientati verso tre stelle molto lontane (dette stelle fisse) sia un sistema inerziale.

In base a ciò possiamo definire come inerziale ogni altro sistema di riferimento che sia in quiete o in moto rettilineo uniforme rispetto a quello individuato dal sole e dalle stelle fisse.



Composizione dei Moti

Dati due sistemi di riferimento **in moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro** (quindi inerziali perché non c'è accelerazione fra i due sistemi) si ha:

Composizioni degli Spostamenti

Lo spostamento risultante di un corpo rispetto a un sistema di riferimento S è la somma vettoriale dello spostamento del corpo in un altro sistema di riferimento S', e dello spostamento del sistema S', rispetto al sistema S:

$$\Delta\vec{s}_S = \Delta\vec{s}_{S'} + \Delta\vec{s}_T$$

Composizioni delle Velocità

La velocità risultante di un corpo rispetto a un sistema di riferimento S è la somma vettoriale della velocità del corpo in un altro sistema di riferimento S', e della velocità del sistema S', rispetto al sistema S.

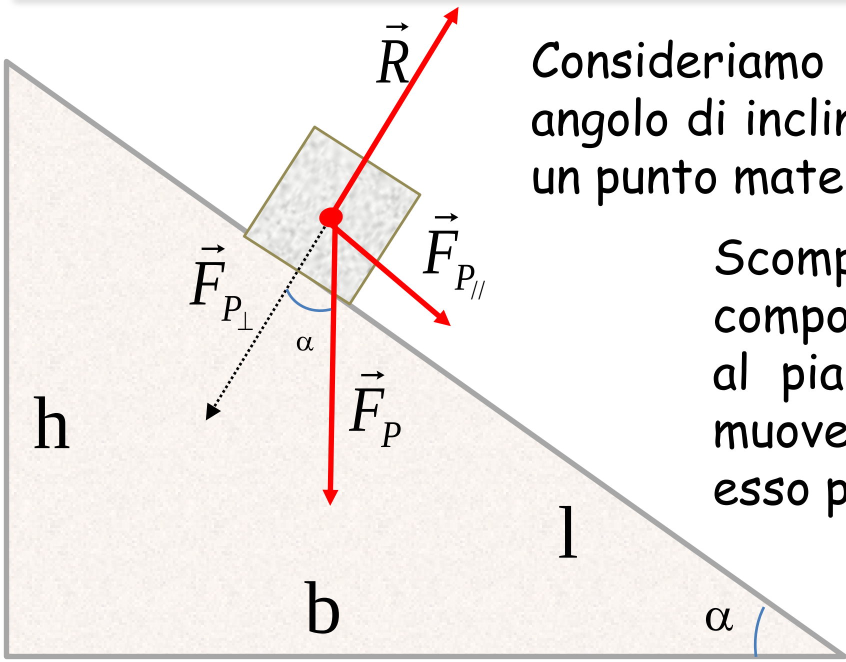
$$\vec{v}_S = \vec{v}_{S'} + \vec{v}_T$$

Composizioni delle Accelerazioni

Spazi e velocità dipendono dal sistema di riferimento, le accelerazioni no.
Se in un sistema di riferimento un corpo ha accelerazione nulla, nulla sarà pure l'accelerazione in qualsiasi altro sistema di riferimento inerziale.
Quindi il principio di inerzia vale in tutti i sistemi inerziali.

$$\vec{a}_S = \vec{a}_{S'}$$

Il Moto sul Piano Inclinato



Consideriamo un piano inclinato senza attrito, con angolo di inclinazione α, ed un corpo, approssimabile ad un punto materiale di massa M, che giace su tale piano.

Scomponiamo le forze agenti nelle due componenti ortogonali: quella perpendicolare al piano inclinato, in cui il corpo NON può muoversi per effetto del vincolo, e quella ad esso parallela lungo la quale avviene il moto:

$$\boxed{\begin{array}{l} \perp : \vec{F}_{P_{\perp}} + \vec{R} = 0; \\ // : \vec{F}_{P_{//}} \neq 0; \end{array}} \qquad \text{con} : \begin{cases} \vec{F}_P = M \cdot \vec{g} \\ \vec{R} = \text{Reazione Vincolare} \end{cases}$$

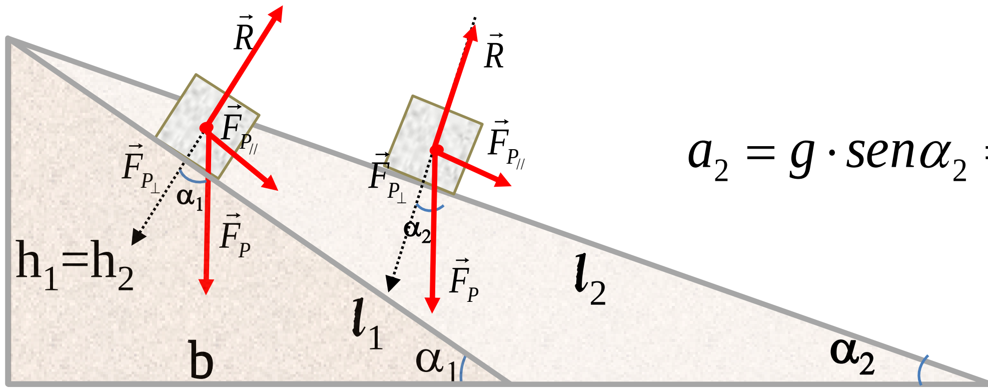
$$F_{P_{//}} = M \cdot a = F_P \cdot sen\alpha = F_P \cdot \frac{h}{l} = M \cdot g \cdot \frac{h}{l}; \quad \Rightarrow \quad \boxed{a = g \cdot sen\alpha = g \cdot \frac{h}{l};}$$

Il moto lungo un piano inclinato senza attrito è un moto uniformemente accelerato che avviene con accelerazione sempre minore di quella di gravità.

Il Moto sul Piano Inclinato

Consideriamo due piani inclinati **senza attrito**, della **stessa altezza** ma con lunghezza l l'una il doppio dell'altra e valutiamo la velocità finale di uno stesso corpo che scivola su entrambi i piani utilizzando, per l'accelerazione, la formula vista prima:

$$a_1 = g \cdot sen\alpha_1 = g \cdot \frac{h}{l_1};$$



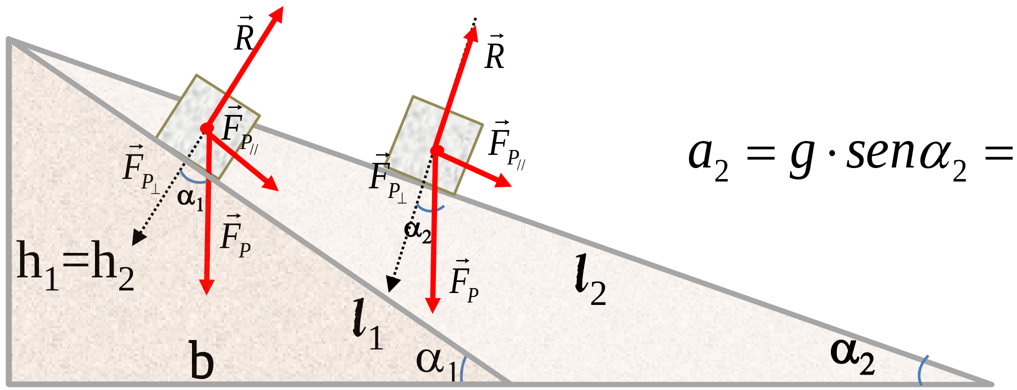
$$a_2 = g \cdot sen\alpha_2 = g \cdot \frac{h}{l_2};$$

Calcoliamo la velocità finale con le formule del **moto uniformemente accelerato**, con le ipotesi di **posizione e velocità iniziale 0**:

$$\begin{cases} s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v = v_0 + a \cdot t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l_{1,2} = \frac{1}{2} g \cdot \frac{h}{l_{1,2}} \cdot t^2_{1,2} \\ v_{1,2} = g \cdot \frac{h}{l_{1,2}} \cdot t_{1,2} \Rightarrow \boxed{t_{1,2} = v_{1,2} \frac{l_{1,2}}{g \cdot h}} \end{cases}$$

Il Moto sul Piano Inclinato

$$a_1 = g \cdot sen\alpha_1 = g \cdot \frac{h}{l_1};$$



$$a_2 = g \cdot sen\alpha_2 = g \cdot \frac{h}{l_2};$$

$$l_{1,2} = \frac{1}{2} g \cdot \frac{h}{l_{1,2}} \cdot t_{1,2}^2 = \frac{1}{2} g \cdot \frac{h}{l_{1,2}} \cdot \left(v_{1,2} \frac{l_{1,2}}{g \cdot h} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_{1,2}}{g \cdot h} \cdot v_{1,2}^2$$

$$\Rightarrow v_{1,2}^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow \boxed{v_{1,2} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$$

La velocità dipende solo dall'altezza del piano, non dalla pendenza. Quindi, qualunque sia la pendenza, la velocità finale sarà sempre la stessa!!!

Il tempo, invece, dipende sia dall'altezza del piano sia dalla pendenza. Quindi, fissata l'altezza, a lunghezze maggiori corrispondono tempi maggiori.

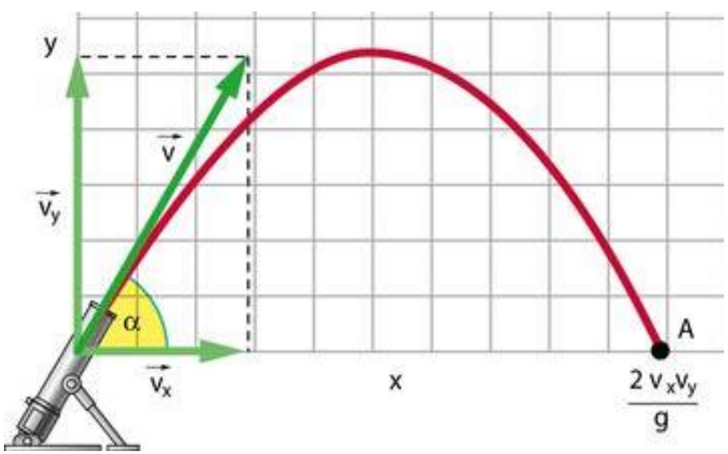
$$t_{1,2} = v_{1,2} \frac{l_{1,2}}{g \cdot h} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h \cdot l_{1,2}}}{g \cdot h} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h \cdot l_{1,2}}{(g \cdot h)^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot l_{1,2}}{g \cdot h}}$$

Il Moto dei Proiettili

Studiamo ora il moto di un proiettile di massa m lanciato con velocità v_0 e inclinazione α rispetto al piano orizzontale.
Consideriamo trascurabile l'attrito.

Il moto può essere scomposto lungo le due direzioni ortogonali, e così la velocità:

$$v_{0_x} = v_0 \cdot \cos\alpha; \quad v_{0_y} = v_0 \cdot \sin\alpha;$$



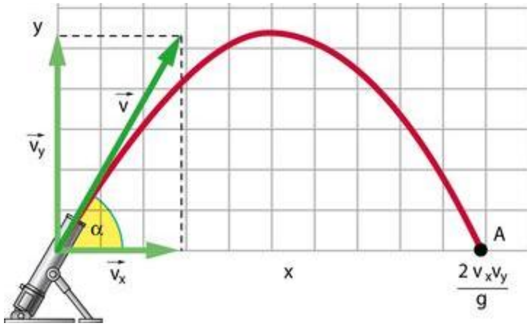
- lungo l'asse verticale il corpo è sottoposto alla forza peso, quindi il moto è uniformemente accelerato, con accelerazione pari a g;

$$y = v_{0_y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

- lungo l'asse orizzontale non agisce alcuna forza quindi, per il principio d'inerzia, il moto è rettilineo uniforme;

$$x = v_{0_x} t$$

Il Moto dei Proiettili



Le equazioni del moto sono quindi:

$$\begin{cases} x = v_{0_x} t \\ y = v_{0_y} t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Eliminando il tempo dalle equazioni determiniamo la traiettoria:

$$t = \frac{x}{v_{0_x}} \quad \Rightarrow \quad y = v_{0_y} \frac{x}{v_{0_x}} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_{0_x}} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{y = \frac{v_{0_y}}{v_{0_x}} x - \frac{g}{2 v_{0_x}^2} x^2}$$

TRAIETTORIA PARABOLICA

Determiniamo ora la **GITTATA**, cioè la distanza fra il punto di lancio e il punto di caduta, imponendo che la coordinata y sia nulla (punto di arrivo del proiettile):

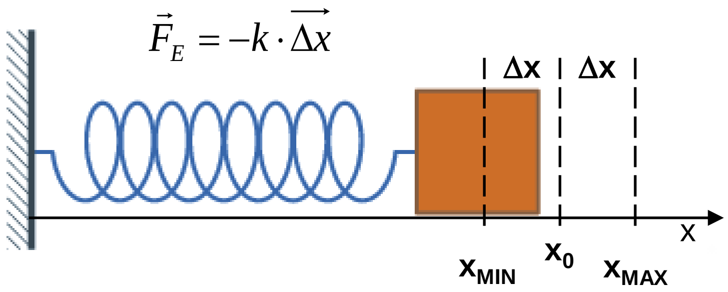
$$y = \frac{v_{0_y}}{v_{0_x}} x - \frac{g}{2 v_{0_x}^2} x^2 = \left(\frac{v_{0_y}}{v_{0_x}} - \frac{g}{2 v_{0_x}^2} x \right) x = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = 0; & \text{(Posizione Iniziale)} \\ \dfrac{v_{0_y}}{v_{0_x}} - \dfrac{g}{2 v_{0_x}^2} x = 0; & \text{(Posizione Finale)} \end{cases}$$

$$\boxed{x = \frac{2 v_{0_x} v_{0_y}}{g} = \frac{2 v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}}$$

GITTATA

(max se sin2α=1 ⇔ 2α=90° ⇔ α=45°)

L'Oscillatore Armonico



Consideriamo un corpo di massa m fissato ad una molla (con costante elastica k) che può muoversi su un piano senza attrito.

Supponiamo che inizialmente il corpo sia in equilibrio nella posizione x_0.

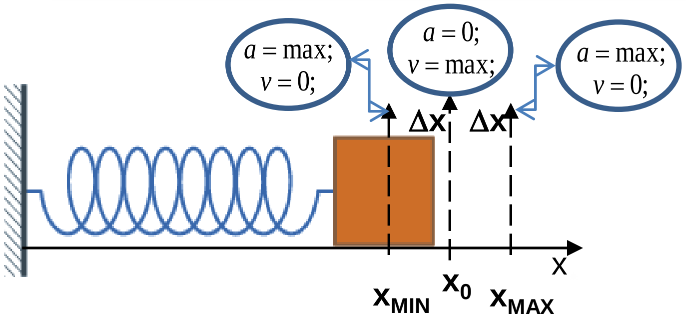
Applicando una forza sul corpo, ad esempio tirandolo sino alla posizione x_{MAX}, provochiamo un allungamento della molla Δx al quale la molla "reagisce" con la **Forza Elastica Di Richiamo**, data dalla legge di Hook, che si oppone allo spostamento e fa sì che il corpo ritorni verso la posizione di equilibrio.

Il corpo, quindi, "ripassa" per la posizione di equilibrio con una **velocità non nulla**, diretta in verso opposto allo spostamento iniziale, supera la posizione di equilibrio (x_0) e si porta sino alla posizione x_{MIN}.

A questo punto la molla reagisce alla compressione ancora con la forza elastica, diretta nel verso opposto rispetto allo spostamento, per cui il moto cambia verso ed il corpo tende di nuovo alla posizione di equilibrio, superandolo e portandosi sino alla posizione x_{MAX}.

In sintesi il corpo inizia ad oscillare indefinitamente fra le due posizioni, realizzando così un **MOTO OSCILLATORIO ARMONICO** di ampiezza $2\Delta x$ e periodo T.

L'Oscillatore Armonico



Accelerazione: Quando il corpo si trova agli estremi dell'intervallo di oscillazione (x_{MAX} o x_{MIN}), lo spostamento è massimo quindi, per la legge di Hook, la forza elastica è massima e di conseguenza lo è anche l'accelerazione; mentre nella posizione di equilibrio (x_0) l'accelerazione è nulla in quanto è nullo lo spostamento .

Velocità: La velocità è nulla agli estremi dell'intervallo di oscillazione, dove si inverte il moto, ed è massima nel punto centrale di equilibrio.

$$\begin{cases} a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{-ks}{m} = -\dfrac{k}{m}s; \\ a = -\omega^2 s; \end{cases} \Rightarrow \quad -\frac{k}{m}s = -\omega^2 s \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

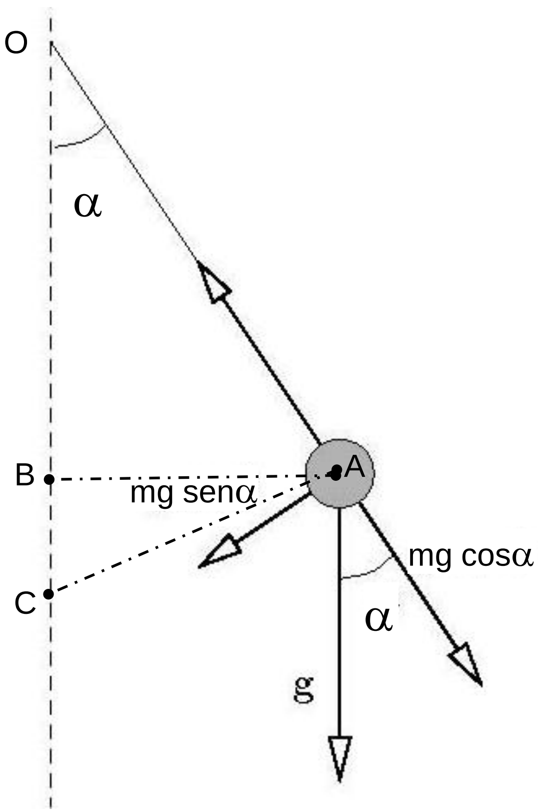
PULSAZIONE OSCILLATORE ARMONICO

Poiché **l'accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento** dalla posizione di equilibrio ed è diretta nel verso opposto, possiamo dedurre che il moto di un oscillatore è un **MOTO ARMONICO**.

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{k/m}; \\ \omega = 2\pi/T; \\ f = 1/T; \end{cases} \Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ f &= \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned}}$$

PERIODO E FREQUENZA OSCILLATORE ARMONICO

Il Pendolo Semplice



Consideriamo un corpo di massa m sospeso mediante un filo inestensibile di lunghezza l.
Supponiamo che inizialmente il corpo sia in equilibrio, cioè che la massa si trovi in posizione verticale, in modo che la forza peso sia completamente equilibrata dalla reazione vincolare del filo.
Se spostiamo di poco la massa dalla posizione verticale le forze non sono più equilibrate ed il corpo inizia ad oscillare intorno alla posizione di equilibrio.
Considerando piccole oscillazioni otteniamo:

$$\overline{OA} = l; \quad \overline{AC} = s; \quad \overline{AB} \approx \overline{AC};$$

$$\overline{AB} = \overline{OA} \cdot sen\alpha \quad \Rightarrow \quad \overline{AC} = \overline{OA} \cdot sen\alpha \quad \Rightarrow \quad s = l \cdot sen\alpha$$

Da cui segue che: $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{-mgsen\alpha}{m} \approx -g\dfrac{s}{l};$

Poiché l'accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento dalla posizione di equilibrio ed è diretta nel verso opposto, possiamo dedurre che il moto di un pendolo semplice è un **MOTO ARMONICO**.

Il Pendolo Semplice

$$\begin{cases} a = \dfrac{F}{m} \approx -g\,\dfrac{s}{l}; \\ a = -\omega^2 s; \end{cases} \Rightarrow \quad -g\,\frac{s}{l} = -\omega^2 s \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}}$$

PULSAZIONE PENDOLO SEMPLICE

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{g/l}; \\ \omega = 2\pi/T; \\ f = 1/T; \end{cases} \Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \\ f &= \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{g}{l}} \end{aligned}}$$

PERIODO E FREQUENZA PENDOLO SEMPLICE

Osservazioni

- il periodo del pendolo, per piccole oscillazioni, non dipende dall'ampiezza dell'oscillazione. Questa legge, detta **legge dell'isocronismo delle oscillazioni**, è dovuta a Galileo;
- il periodo non dipende dalla massa appesa al pendolo;
- il periodo di un pendolo dipende dal pianeta su cui esso oscilla.

Il Pendolo Semplice

DETERMINAZIONE DEL VALORE DELL'ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ

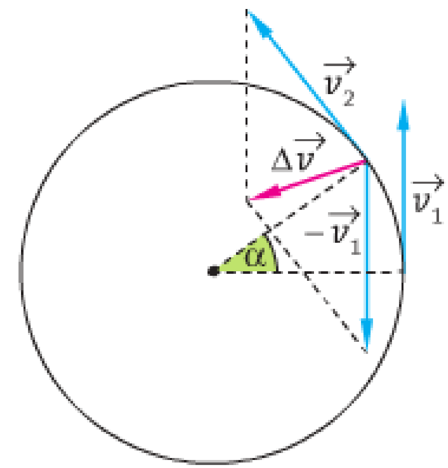
Dalla relazione che esprime il periodo di oscillazione del pendolo semplice possiamo dedurre un metodo per determinare il valore dell'accelerazione di gravità:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}}$$

Quindi, effettuando delle misure della lunghezza e del periodo del pendolo possiamo determinare il valore dell'accelerazione.

Forza Centripeta e Forza Gravitazionale

Abbiamo visto che nel moto circolare uniforme la velocità è costante solo in modulo, in quanto istante per istante cambiano direzione e verso.



Ne consegue che in tale moto **l'accelerazione è non nulla,** accelerazione centripeta, data da:

$$a_C = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$

Per il II principio della dinamica, ciò comporta che deve essere presente una forza non nulla, diretta come l'accelerazione centripeta, detta **FORZA CENTRIPETA**:

$$F_C = m \cdot a_C = m \cdot \frac{v^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

Pertanto possiamo affermare che sia proprio la presenza della forza centripeta che comporta la curvatura della traiettoria.

Forza Centripeta e Forza Gravitazionale

Queste considerazioni, insieme alle leggi formulate da Keplero sul moto dei pianeti, portarono Newton a concludere che i pianeti fossero sottoposti ad una forza attrattiva, che chiamò **Forza Gravitazionale** e che formalizzò nella:

LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE

Due punti materiali si attraggono con una forza di intensità **direttamente proporzionale al prodotto delle masse** dei singoli corpi e **inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza**:

$$F = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{R^2} \quad con \quad G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$$

Newton si rese conto che la legge di gravitazione universale era responsabile non solo dei moti di rotazione dei pianeti intorno al Sole, ma anche della forza attrattiva con cui la Terra attrae a sé tutti i corpi (Forza Peso):

$$F_P = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} = m \cdot a = m \cdot g \quad \Rightarrow \quad g = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 9{,}81\, m/s^2$$

Il Moto dei Satelliti

Dalla legge di gravitazione universale e dalla forza centripeta possiamo ricavare la velocità dei satelliti in orbita geostazionaria.
Dato un satellite di massa m posto ad una distanza h dalla superficie terrestre si ha:

$$\boxed{F_G = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R+h)^2} = m \cdot \frac{v^2}{R+h} = F_C}$$

Da cui segue che:

$$\boxed{v^2 = G \cdot \frac{M_T}{(R+h)} \Rightarrow v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R+h)}}}$$

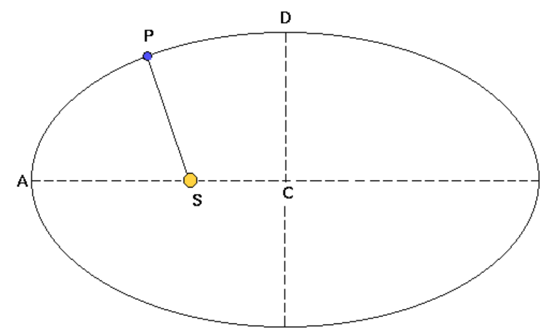
<u>Velocità Orbitale</u>
La velocità orbitale di rotazione di un satellite non dipende dalla sua massa ma solo dalla massa del pianeta e dall'altezza del satellite rispetto al pianeta.

Le Leggi di Keplero

Il moto dei pianeti intorno al Sole fu formalizzato da Keplero nelle sue tre leggi:

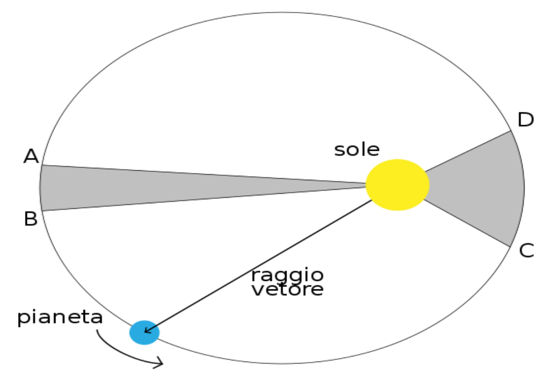
I Legge di Keplero

L'orbita descritta da un pianeta è un'ellisse, di cui il Sole occupa uno dei due fuochi.



II Legge di Keplero

Il raggio vettore che unisce il centro del Sole con il centro del pianeta descrive aree uguali in tempi uguali.



III Legge di Keplero

I quadrati dei periodi di rivoluzione dei pianeti sono proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori delle loro orbite.

$$T^2 \propto \overline{AC}^3$$