

Forze ed Equilibrio

I parte: L'Equilibrio nei Solidi

Forze ed Equilibrio

- L'Equilibrio di un punto materiale
 - Punto Materiale
 - Le reazioni vincolari
 - Un esempio: Forza Elastica & Forza Peso
 - Un esempio: Il piano inclinato
- L'Equilibrio di un corpo rigido
 - Corpo Rigido
 - Baricentro
 - Momento di una forza
 - Momento di una coppia
 - Equilibrio e Stabilità
 - Le Macchine Semplici
 - Le Leve

Equilibrio di un Punto Materiale

Punto Materiale

Una parte fondamentale della **DINAMICA** è lo studio delle condizioni di equilibrio, chiamato **STATICA**.

Si definisce **PUNTO MATERIALE** un corpo così piccolo rispetto all'ambiente in cui si trova da poter essere assimilato ad un punto geometrico, dotato però di massa.

Un punto materiale è in **EQUILIBRIO** se la risultante di tutte le forze ad esso applicate è uguale a zero.

$$\vec{F}_{\text{Risultante}} = \sum_i \vec{F}_i = 0$$

Viceversa, ogni volta che un corpo è in equilibrio, la risultante delle forze a esso applicate deve essere uguale a zero.

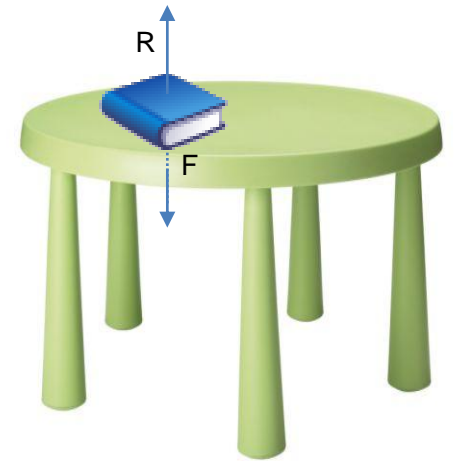
Le Reazioni Vincolari

Un **vincolo** è una qualsiasi condizione che limita il moto di un corpo. L'azione dei vincoli si esplica attraverso un insieme di forze, dette **forze vincolari** o **reazioni vincolari**, che agiscono sui punti del sistema, limitandone il moto.

Un esempio di vincolo è un tavolo su cui è poggiato un libro.

Sul libro agisce la forza peso, ma il tavolo (vincolo) esercita una forza uguale e contraria che impedisce al libro di cadere.

Poiché siamo in una condizione di equilibrio la risultante delle forze deve essere nulla, e quindi:



$$\vec{F} + \vec{R} = \mathbf{0} \quad \text{dove:} \quad \begin{cases} \vec{F} = \vec{F}_P = M \cdot \vec{g} \\ \vec{R} = \text{Reazione Vincolare} \end{cases}$$

Forza Elastica & Forza Peso

Consideriamo una molla, con lunghezza a riposo L_0 , e sospendiamo ad essa un corpo di massa M .

Per effetto della forza peso la molla si deformerà sino ad arrivare ad una nuova lunghezza L_F .

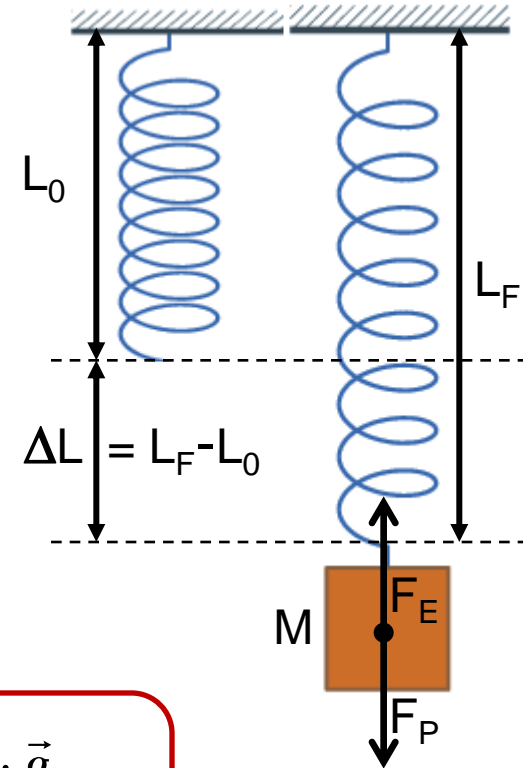
Siamo così arrivati ad una **condizione di equilibrio**, in quanto il peso tende a portare il corpo verso il basso e la molla tende a riportarlo verso l'alto, con il risultato finale che il corpo resta fermo (cioè in equilibrio).

Pertanto la risultante delle forze deve essere uguale a 0:

$$\vec{F}_P + \vec{F}_E = 0 \quad \text{dove:} \quad \begin{cases} \vec{F}_P = M \cdot \vec{g} \\ \vec{F}_E = -k \cdot \Delta\vec{L} \end{cases}$$

Poiché la direzione delle 2 forze è la stessa otteniamo per i moduli:

$$M \cdot g - k \cdot \Delta L = 0 \Rightarrow M \cdot g = k \cdot \Delta L$$



Forza Elastica & Forza Peso

DATI

$L_0 = 10\text{cm} =$ Lunghezza Iniziale (a riposo)

$L_F = 20\text{cm} =$ Lunghezza Finale

$M = 500\text{g}$

Determinare F_P , F_E , e k .

Esprimiamo tutto nelle u.m. del SI:

$L_0 = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$

$L_F = 20\text{cm} = 0,2\text{m}$

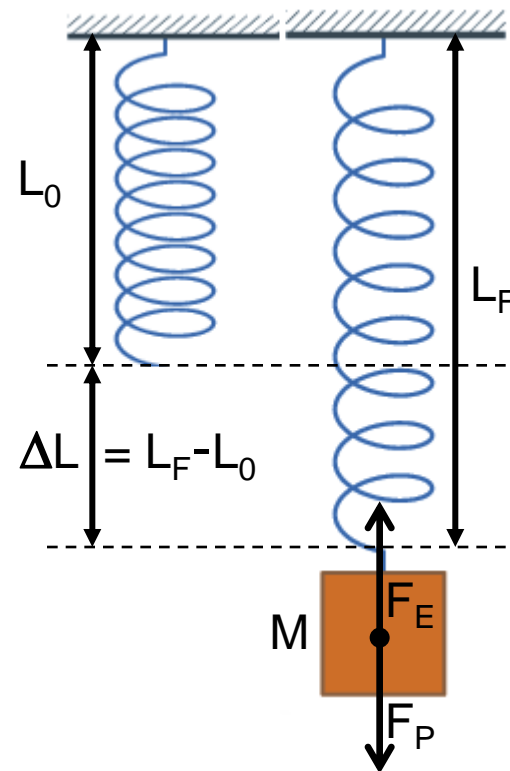
$M = 0,5\text{kg}$

$$F_P = M \cdot g = k \cdot \Delta L = F_E$$

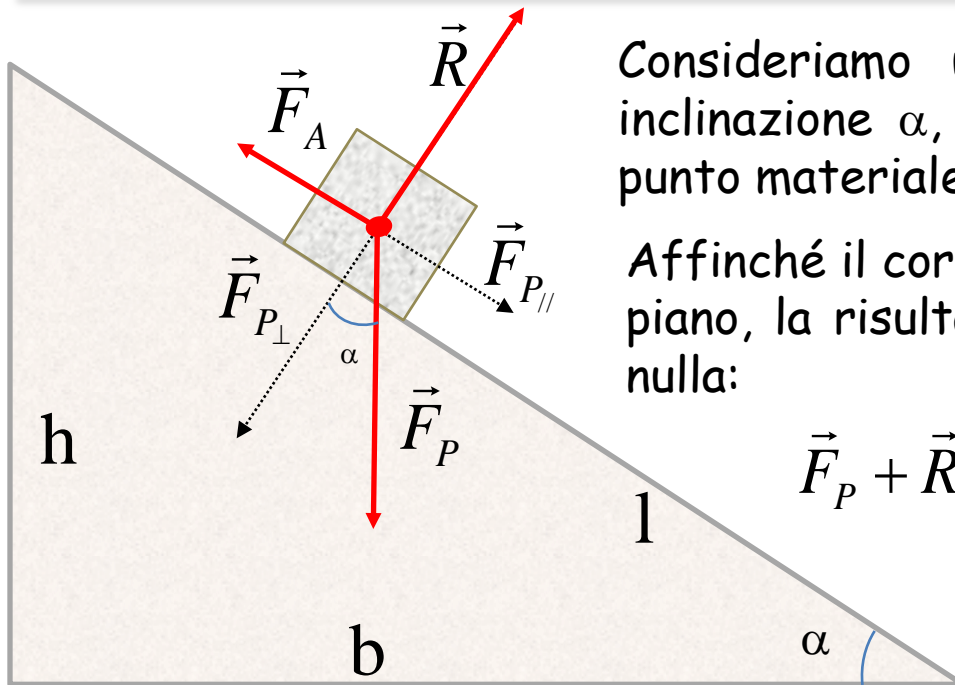
$$F_P = M \cdot g = 0,5\text{kg} \cdot 9,8\text{ms}^{-2} = 4,9\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = 4,9\text{N}$$

$$F_E = F_P = 4,9\text{N}$$

$$F_E = k \cdot \Delta L = k \cdot (L_F - L_0) \Rightarrow k = \frac{F_E}{\Delta L} = \frac{F_E}{(L_F - L_0)} = \frac{4,9\text{N}}{(0,2 - 0,1)\text{m}} = 49\text{N/m}$$



Il Piano Inclinato



Consideriamo un piano inclinato, con angolo di inclinazione α , ed un corpo, approssimabile ad un punto materiale di massa M , che giace su tale piano.

Affinché il corpo sia in equilibrio (non si muova) sul piano, la risultante di tutte le forze deve essere nulla:

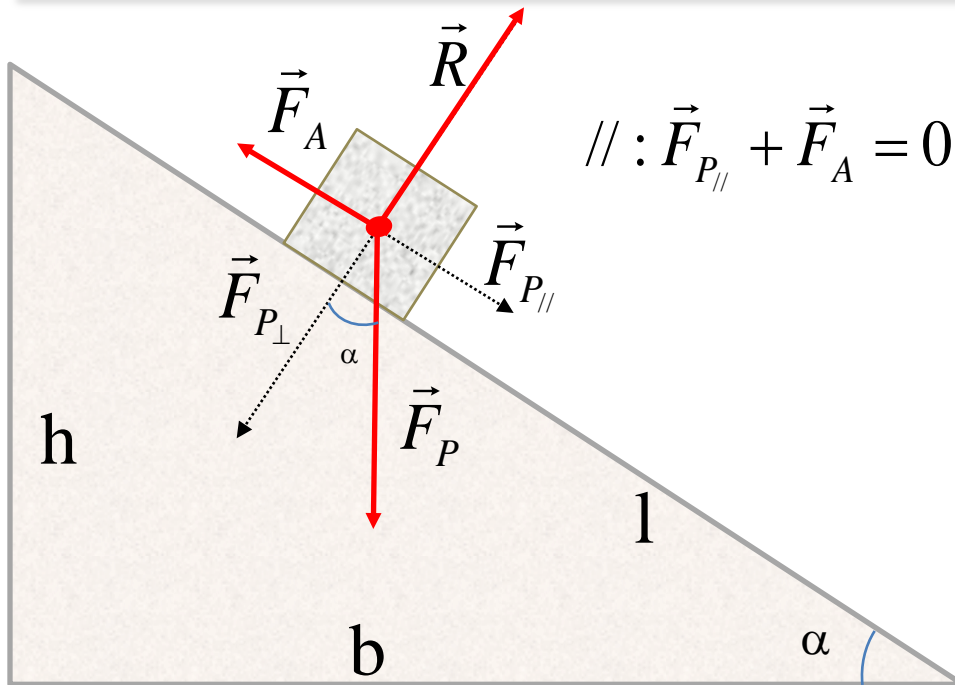
$$\vec{F}_P + \vec{R} + \vec{F}_A = 0 \quad \text{dove: } \begin{cases} \vec{F}_P = M \cdot \vec{g} \\ \vec{R} = \text{Reazione Vincolare} \\ \vec{F}_A = \text{Forza d'attrito} \end{cases}$$

Scomponiamo le forze agenti nelle due componenti ortogonali: quella perpendicolare al piano inclinato, in cui il corpo NON può muoversi per effetto del vincolo, e quella ad esso parallela, per la quale dobbiamo determinare la condizione di equilibrio:

$$\perp : \vec{F}_{P\perp} + \vec{R} = 0;$$

$$\parallel : \vec{F}_{P\parallel} + \vec{F}_A = 0;$$

Il Piano Inclinato



$$\parallel : \vec{F}_{P\parallel} + \vec{F}_A = 0$$

La componente // al piano inclinato è data dalla componente // della forza peso:

$$F_{P\parallel} = F_P \cdot \text{sen} \alpha = F_P \cdot \frac{h}{l};$$

che è equilibrata dalla forza di attrito statico, quindi sino a quando la componente // della forza peso non supera la forza di attrito massima il corpo non si muove, con:

$$\text{Forza Attrito Max} : F_A = \mu_S \cdot F_{P\perp} = \mu_S \cdot F_P \cdot \cos \alpha = \mu_S \cdot F_P \cdot \frac{b}{l};$$

Pertanto, come ci insegna l'esperienza sperimentale, quanto maggiore è la pendenza del piano inclinato (data da α e quindi da h/l), tanto più facilmente il corpo si metterà in moto vincendo la forza d'attrito.

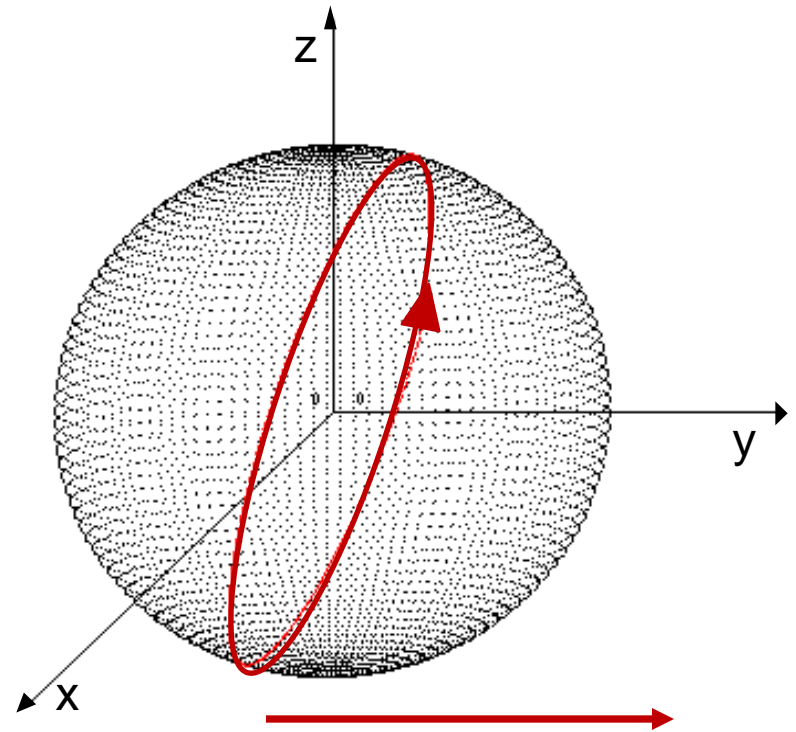
Equilibrio di un Corpo Esteso

Corpo Rigido

Si definisce **CORPO RIGIDO** un corpo non elastico, indeformabile ed esteso nelle 3 dimensioni dello spazio.

Il **CORPO RIGIDO**, così come il **PUNTO MATERIALE**, è una schematizzazione ideale (non esistente nella realtà), utile per definire le equazioni che descrivono l'equilibrio e/o il moto.

Un corpo rigido, a differenza del punto materiale, oltre a poter **traslare** nello spazio, può anche **ruotare** intorno ad un asse.



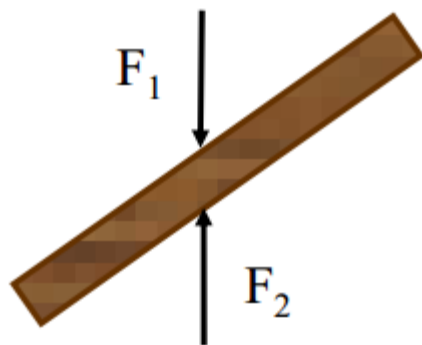
Corpo Rigido e Equilibrio

Per l'equilibrio di un **CORPO RIGIDO** il fatto che la risultante delle forze su esso agenti sia nulla è una **condizione necessaria ma non sufficiente**.

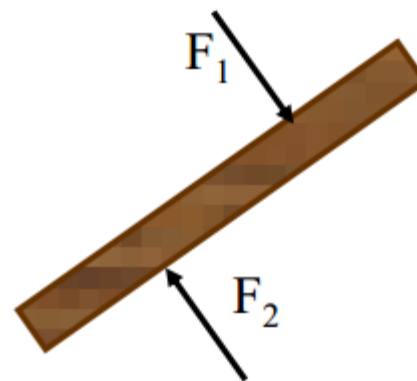
Consideriamo, ad esempio, una bacchetta rigida cui applichiamo due forze di uguale intensità ma verso opposto, così che la loro risultante sia nulla.

A seconda di come sono applicate le due forze la bacchetta sarà in equilibrio (Caso A) oppure ruoterà (caso B):

Caso A



Caso B



Quindi la condizione che la risultante sia nulla, soddisfatta in entrambi i casi, non è sufficiente a garantire l'equilibrio del corpo.

Momento della Forza

Per i corpi estesi, quindi, oltre al **modulo**, alla **direzione** e al **verso** della forza, è importante anche il **punto di applicazione**.



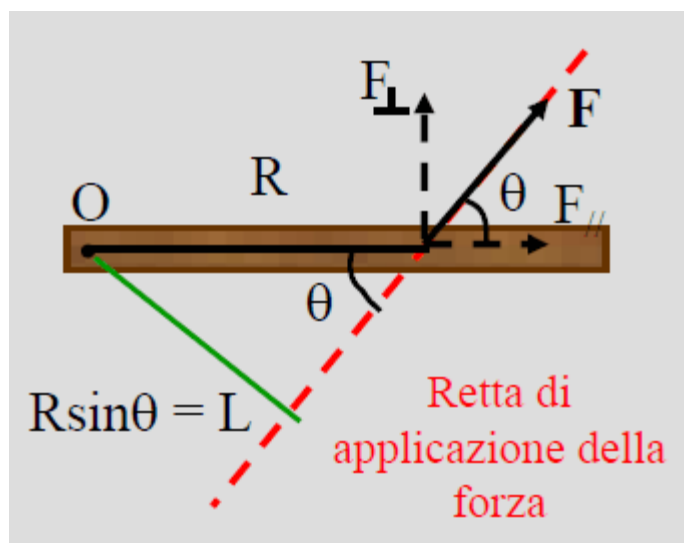
Esempio

Per aprire una pesante porta si spinge in un punto il più lontano possibile dai cardini. Nessuna forza, per quanto intensa, riuscirà ad aprirla se esercitata in un punto appartenente alla retta passante per i cardini.

La grandezza che misura l'efficacia di una forza nel produrre la rotazione è chiamata **Momento della Forza M**.

Momento della Forza

Si definisce **Momento della Forza**, rispetto ad un punto O detto **POLO**, il vettore dato dal prodotto vettoriale fra la forza ed il vettore che unisce il polo ed il punto di applicazione della forza.



$$\vec{M} = \vec{R} \times \vec{F}$$

$$M = R \cdot F_{\perp} = R \cdot F \sin \vartheta = R \cdot L$$

Dove:

- R è la distanza tra il punto di applicazione della forza e il polo O .
- L è il **braccio** della forza, cioè la distanza fra la retta d'applicazione della forza e l'asse di rotazione.

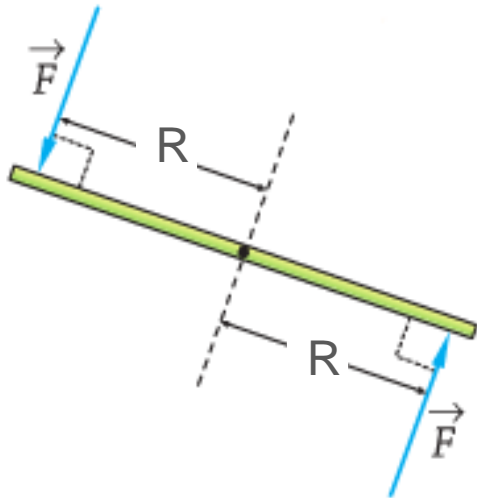
Il momento di una forza può essere orario oppure antiorario, a seconda del senso di rotazione che tende a produrre: in tal caso viene considerato rispettivamente **negativo (rotazione oraria)** o **positivo (rotazione antioraria)**.

Momento di una Coppia di Forze

Si definisce **Coppia di Forze** l'insieme di due forze parallele di uguale modulo, direzione e verso opposto.

Si definisce **Braccio di una Coppia di Forze** la distanza tra le rette di azione delle forze.

Si definisce **Momento di una Coppia di Forze** il prodotto dell'intensità di una delle due forze per il braccio della coppia.



$$M_{TOT} = 2M = 2(R \cdot F) = B \cdot F$$

Dove:

- R è il braccio di una singola forza.
- B è il **braccio** della coppia di forze.

Equilibrio di un Corpo Rigido

Un **CORPO RIGIDO** è in **EQUILIBRIO** se:

- 1) la forza risultante di tutte le forze ad esso applicate è nulla:

$$\vec{F}_{\text{Risultante}} = \sum_i \vec{F}_i = 0$$

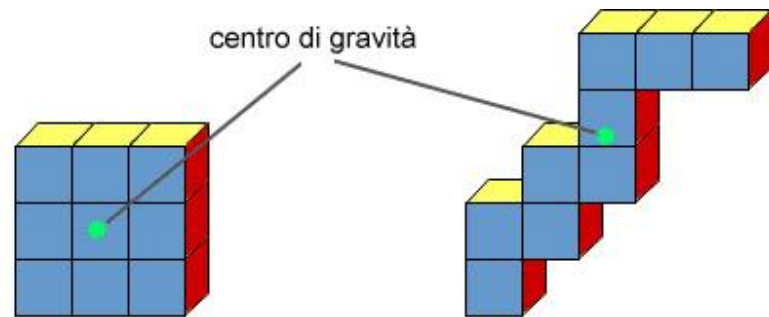
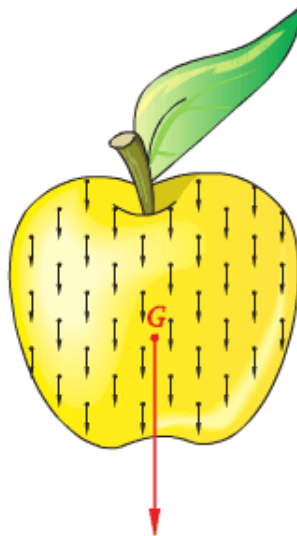
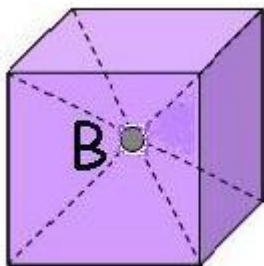
- 2) il momento risultante di tutti i momenti di tutte le forze applicate al corpo, determinati rispetto ad uno stesso punto, è nullo:

$$\vec{M}_{\text{Risultante}} = \sum_i \vec{M}_i = 0$$

Se sono soddisfatte queste condizioni il corpo non trasla e non ruota, quindi è in equilibrio.

Baricentro

Il *baricentro* o *centro di gravità* di un corpo rigido è quel punto del corpo al quale si può ritenere che sia applicata la forza risultante di tutte le forze peso parallele, applicate a loro volta alle parti piccolissime di materia che compongono il corpo.



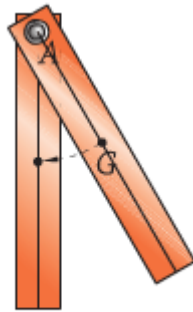
Equilibrio e Stabilità

- ❑ Un corpo è in **equilibrio stabile** se, spostandolo di poco dalla sua posizione di equilibrio, tende naturalmente a ritornarvi;
- ❑ Un corpo è in **equilibrio instabile** quando, scostandolo di poco dalla sua posizione di equilibrio, tende ad allontanarvisi ancora di più;
- ❑ Un corpo è in **equilibrio indifferente** quando, spostato di poco dalla sua posizione di equilibrio, rimane stabilmente nella nuova posizione.

Equilibrio e Stabilità

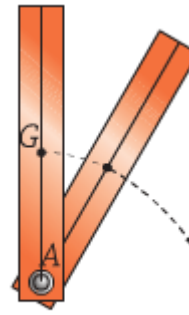
Esempio 1:

Per un corpo con baricentro G vincolato in un punto A si ha:



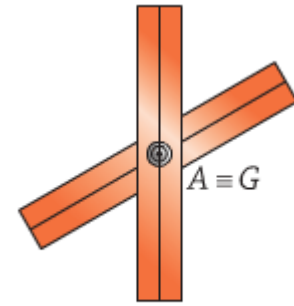
Equilibrio stabile

se il baricentro G è sotto il punto A



Equilibrio instabile

se il baricentro G è sopra il punto A



Equilibrio indifferente

se il baricentro G coincide con il punto A

Esempio 2:

Un corpo appoggiato su un piano è in equilibrio se la retta verticale passante per il suo baricentro interseca la base di appoggio del corpo.

Se invece la verticale cade fuori della base il corpo si ribalta.

Le Macchine Semplici

Una **Macchina Semplice** è uno strumento che consente di equilibrare una forza, detta **Forza Resistente** F_R , con un'altra forza, detta **Forza Motrice** F_M (detta anche Potenza).

Si definisce **GUADAGNO** di una macchina semplice il rapporto tra la forza resistente e la forza motrice:

$$G = \frac{F_R}{F_M}$$

$G > 1$  **MACCHINA VANTAGGIOSA**

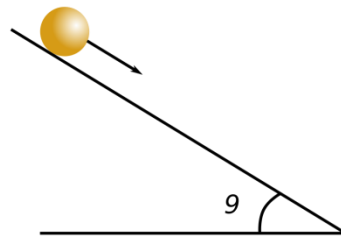
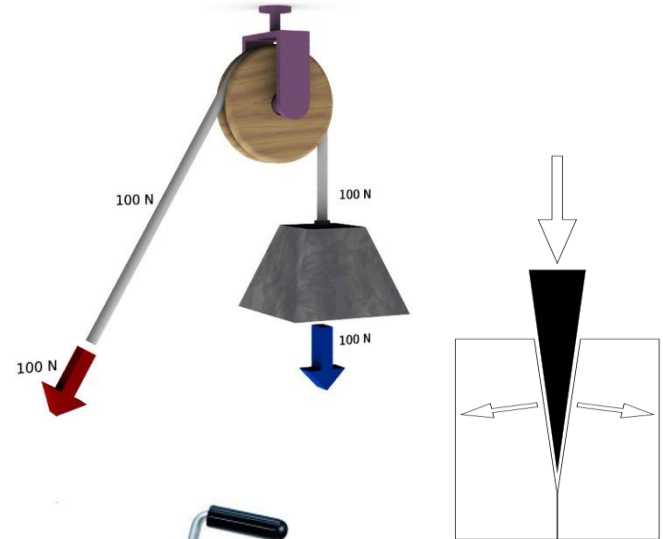
$G < 1$  **MACCHINA SVANTAGGIOSA**

$G = 1$  **MACCHINA INDIFFERENTE**

Le Macchine Semplici

Esistono sei tipi di macchine semplici tradizionalmente riconosciute:

- 1) la leva;
- 2) l'asse della ruota;
- 3) la puleggia;
- 4) il piano inclinato;
- 5) la vite;
- 6) il cuneo.



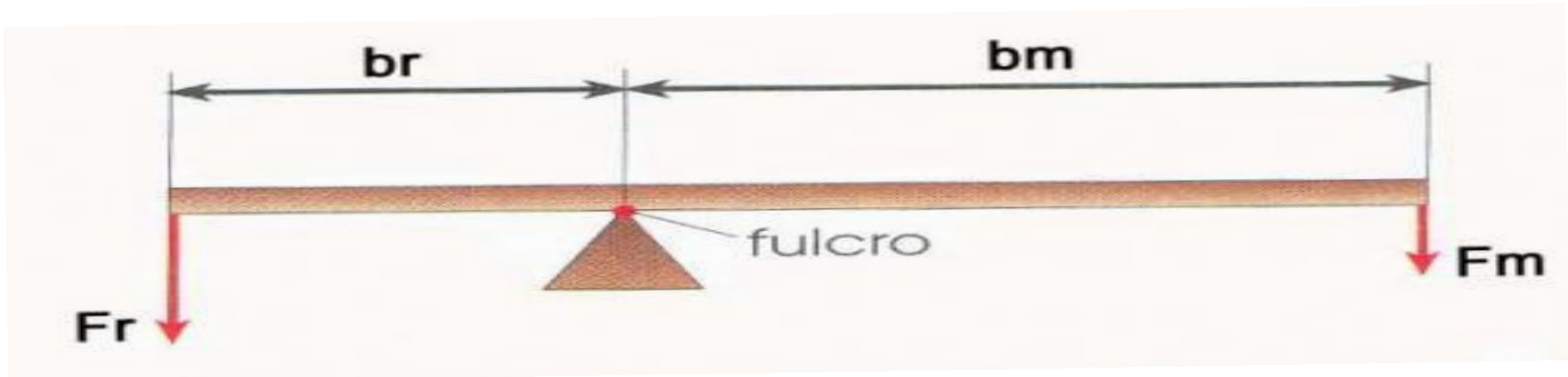
Le Leve

Una **LEVA** è una macchina semplice che è costituita da un'asta rigida che ruota attorno ad un punto fisso, detto **fulcro**.

Il principio della leva fu "scoperto" da Archimede, il matematico greco, che disse ...



Le Leve



Affinché una leva sia in equilibrio è necessario che i momenti delle forze motrice e resistente siano uguali:

$$F_R \cdot B_R = F_M \cdot B_M \Rightarrow G = \frac{F_R}{F_M} = \frac{B_M}{B_R}$$

Da ciò si ricava che:

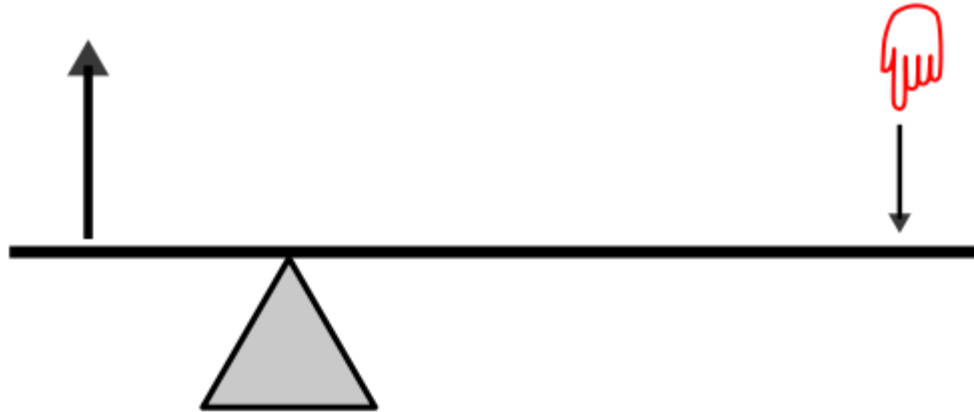
$B_M > B_R \Rightarrow$ Leva Vantaggiosa

$B_M < B_R \Rightarrow$ Leva Svantaggiosa

$B_M = B_R \Rightarrow$ Leva Indifferente

Leva di I genere

In una Leva di I genere il fulcro si trova tra la Forza Motrice F_M e la Forza Resistente F_R .



Le leve di I genere possono essere Vantaggiose, Svantaggiose e Indifferenti, a seconda della lunghezza dei bracci:

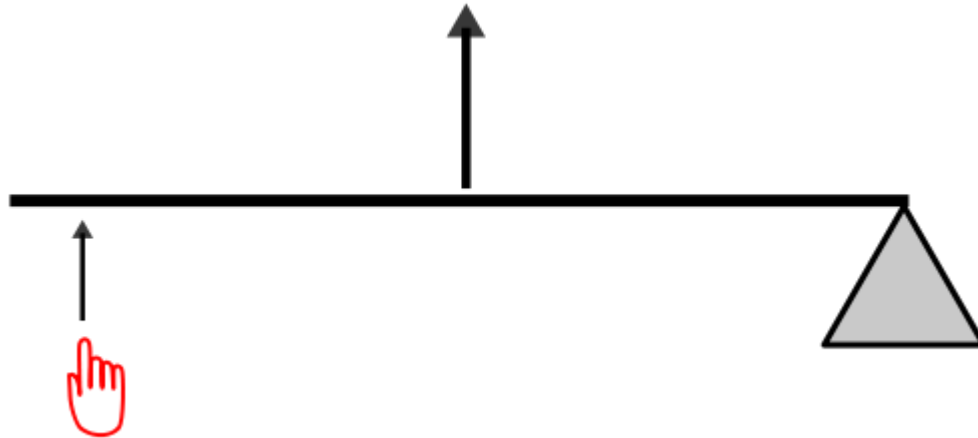
$$B_M > B_R \Rightarrow \text{Leva Vantaggiosa}$$

$$B_M < B_R \Rightarrow \text{Leva Svantaggiosa}$$

$$B_M = B_R \Rightarrow \text{Leva Indifferente}$$

Leva di II genere

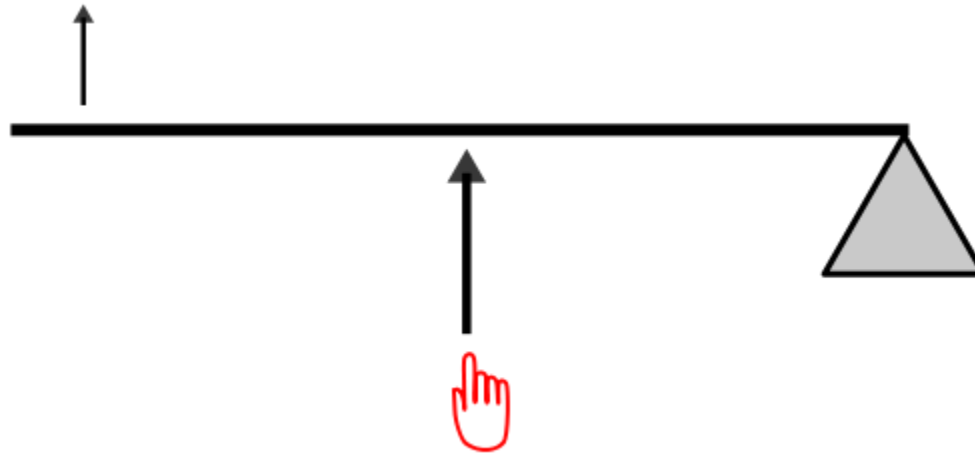
In una Leva di II genere la Forza Resistente F_R si trova tra la Forza Motrice F_M e il fulcro.



Le leve di II genere sono **SEMPRE VANTAGGIOSE**, perché il braccio della forza motrice è sempre più lungo del braccio della forza resistente.

Leva di III genere

In una Leva di III genere la Forza Motrice F_M si trova tra la Forza Resistente F_R e il fulcro.



Le leve di III genere sono **SEMPRE SVANTAGGIOSE**, perché il braccio della forza resistente è sempre più lungo del braccio della forza motrice.

Esempi di Leve

Leva	Fulcro	Forza resistente	Forza applicata	Tipo
Forbici	Cerniera	Oggetto da tagliare	Impugnatura	I
Tenaglia	Cerniera	Chiodo	Impugnatura	I
Carrucola fissa	Asse centrale	Oggetto da sollevare	Forza fisica	I
Vanga	Mano o coscia	Lama con zolla	Altra mano	I
Remo di barca	Acqua	Scalmo	Mani	II
Pagaia doppia(Remo da kayak)	Acqua	Il sedere sulla chiglia	La sommatoria delle mani	
Mantice	Ugello	Sacca d'aria	Impugnatura	II
Carriola	Asse della ruota	Peso da trasportare	Manici	II
Schiaccianoci	Perno	Noce	Mano	II
Braccio umano	Gomito	Oggetto sorretto dalla mano	Bicipite	III
Prendi ghiaccio	Perno	Cubetto di ghiaccio	Mano	III
Pinzetta	Perno	Oggetto da prendere (ad esempio: pelo, francobollo)	Dita	III
Pinza per i carboni ardenti	Perno	Oggetto da prendere (carbone)	Dita	III